



DOI: <https://doi.org/10.23857/dc.v9i4.3624>

Ciencias Técnicas y Aplicadas  
Artículo de Investigación

*Análisis multivariable en la predicción del rendimiento de la digestión anaerobia de aguas residuales en la industria cafetalera*

*Multivariate analysis in predicting the performance of anaerobic digestion of wastewater in the coffee industry*

*Multivariate analysis in predicting the performance of anaerobic digestion of wastewater in the coffee industry*

Diego Armando Yugla-Lema <sup>1</sup>  
[diegoyugla@gmail.com](mailto:diegoyugla@gmail.com)  
<https://orcid.org/0009-0005-7264-546X>

**Correspondencia:** [diegoyugla@gmail.com](mailto:diegoyugla@gmail.com)

\***Recibido:** 29 de agosto de 2023 \***Aceptado:** 20 de septiembre de 2023 \* **Publicado:** 11 de octubre de 2023

I. Docente de la Unidad Educativa Ramón Barba Naranjo, Ecuador.

Análisis multivariable en la predicción del rendimiento de la digestión anaerobia de aguas residuales en la industria cafetalera

---

## Resumen

Este estudio busca entender la correlación de las variables del modelo matemático de Roediger en la digestión anaerobia de aguas residuales de la industria cafetalera, con el fin de predecir eficientemente el rendimiento de metano. En el modelo, se destacan variables como el rendimiento máximo de metano y la constante cinética, las cuales se cotejaron contra datos experimentales de investigaciones previas en el área. El análisis de varianza (ANOVA) confirmó que el modelo de Roediger presenta una correlación estadísticamente significativa con los datos experimentales. Gráficamente, las isotermas también reflejan tendencias coherentes para cada estadígrafo.

**Palabras Claves:** Digestión anaerobia; Modelación; Rendimiento; Metano; Aguas residuales.

## Abstract

This study seeks to understand the correlation of the variables of Roediger's mathematical model in the anaerobic digestion of wastewater from the coffee industry, in order to efficiently predict methane yield. In the model, variables such as the maximum methane yield and the kinetic constant stand out, which were compared against experimental data from previous research in the area. The analysis of variance (ANOVA) confirmed that Roediger's model presents a statistically significant correlation with the experimental data. Graphically, the isotherms also reflect coherent trends for each statistician.

**Keywords:** Anaerobic digestion; Modeling; Performance; Methane; sewage water.

## Resumo

Este estudo busca compreender a correlação das variáveis do modelo matemático de Roediger na digestão anaeróbia de águas residuárias da indústria cafeeira, a fim de prever com eficiência a produção de metano. No modelo destacam-se variáveis como o rendimento máximo de metano e a constante cinética, que foram comparadas com dados experimentais de pesquisas anteriores na área. A análise de variância (ANOVA) confirmou que o modelo de Roediger apresenta correlação estatisticamente significativa com os dados experimentais. Gráficamente, as isotermas também refletem tendências coherentes para cada estatístico.

**Palavras-chave:** Digestão anaeróbica; Modelagem; Desempenho; Metano; Águas residuais.

## Análisis multivariable en la predicción del rendimiento de la digestión anaerobia de aguas residuales en la industria cafetalera

---

### **Introducción**

En el marco de esta investigación se pretende evaluar la eficacia de la digestión anaerobia en el tratamiento de aguas residuales procedentes de la industria cafetalera. Mediante un análisis multivariable, se determinará cómo diversos parámetros influyen en la eficiencia del tratamiento biológico, utilizando el modelo matemático de Roediger. Dicho modelo contempla variables como el rendimiento máximo de metano, obtenido experimentalmente, una constante cinética y el tiempo operacional.

A menudo, la industria se abstiene de implementar soluciones de remediación ambiental debido a los altos costos asociados con la operación y evaluación de tratamientos biológicos. Esto lleva a la descarga de aguas residuales sin un tratamiento adecuado, lo que resulta en una baja eliminación de contaminantes. El propósito central de este estudio es determinar la eficiencia del tratamiento medioambiental de aguas residuales de la industria cafetalera, permitiendo así informar y mejorar el proceso de tratamiento. El modelo matemático de primer orden o modelo de Roediger, ha demostrado alta correlación con la digestión anaerobia de aguas residuales.

El modelo en cuestión calcula el rendimiento de metano utilizando variables como el rendimiento máximo para el residuo, una constante cinética de primer orden y el tiempo de operación. Además, considera una ecuación de primer orden basada en la tendencia lineal observada en procesos biológicos, y enfatiza la constante cinética relacionada con la actividad biológica de los microorganismos para convertir contaminantes en productos con potencial energético, útiles como alternativas a combustibles tradicionales. Es relevante destacar que, aunque existen varios modelos matemáticos para evaluar la digestión anaerobia, el modelo de primer orden (Roediger) ha demostrado ser especialmente útil en el contexto de aguas residuales, tanto domésticas como industriales, siendo particularmente pertinente para aguas residuales derivadas de la producción de café instantáneo.

### **Fundamentación Teórica**

#### **Residuos de la industria del café**

En líneas generales, la industria del café ha venido registrando un crecimiento a nivel mundial, puesto que en el año 2018 se cosecharon aproximadamente 160 millones de sacos de 60 kilogramos (kg) para satisfacer las necesidades la demanda productiva de esta materia prima. Se debe considerar según

## Análisis multivariable en la predicción del rendimiento de la digestión anaerobia de aguas residuales en la industria cafetalera

---

los reportes de la Organización Internacional del Café (ICO), también se menciona que la mitad de la producción mundial de café se cosecha en Suramérica (ICO, 2018).

No obstante, el crecimiento económico de la industria no ha representado crecimiento de iguales proporciones en términos de cuidado ambiental y saneamiento de residuos. El Ecuador es un país con alta producción de café, de modo que las industrias procesadoras de café generan en promedio 41244087 m<sup>3</sup> de aguas residuales por año de producción (Foresti et al., 2006). Las aguas residuales son el principal residuo de esta industria, por sus características físicas, químicas y biológicas. Por cada kilogramo de café industrializado, se genera 115 g DQO en las aguas residuales de la industria del sector cafetero (Rodríguez et al., 2000).

### Digestión anaerobia

La digestión anaeróbica es un proceso biológico que se compone de cuatro fases que tienen como finalidad convertir la materia orgánica en metano. Como la mayoría de los residuos contienen altas cantidades de materia orgánica, este procedimiento bioquímico puede ser empleado como una vía de remediación para remover la carga contaminante y a la vez generar un producto químico con valor agregado (Chynoweth et al., 2001; Holm-Nielsen et al., 2009).

A diferencia de otras tecnologías ambientalmente amigables, como los procesos de oxidación química, digestión aerobia, fotocatalisis, la digestión anaerobia presenta múltiples ventajas, fundamentadas en los altos niveles de remoción de la materia orgánica y la bioproducción de metano, compuesto químico que normalmente es producido a partir de la destilación del petróleo (Gujer & Zehnder, 1983).

Las etapas de la digestión anaerobia son: hidrólisis, acidogénesis, acetogénesis y metanogénesis y cabe indicar que la velocidad de reacción depende del tipo de sustrato o residual. En residuos sólidos la fase hidrolítica es la más compleja, por lo tanto, debe transcurrir un tiempo mayor para lograr su objetivo; mientras que, en los residuos líquidos, la etapa metanogénica es la más lenta del proceso (Holm-Nielsen et al., 2009).

La **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** muestra los procesos que conllevan a la digestión anaerobia, partiendo de materia orgánica que proviene de fuentes animales, vegetales y otras formas de biomasa. Se observa que todos estos recursos son la fuente para el proceso biológico que permite generar biogás, compuesto por metano, ácido sulfhídrico y dióxido de carbono. El metano puede ser aprovechado mediante un proceso fisicoquímico en energía eléctrica.

## Análisis multivariable en la predicción del rendimiento de la digestión anaerobia de aguas residuales en la industria cafetalera

---

El ciclo previamente expuesto fundamente, además, otros procesos simbióticos de la naturaleza, por lo tanto, se comprueba que la digestión anaerobia es un proceso natural que puede ser potencialmente aprovechado por el ser humano, en aras de reducir la carga contaminante de los recursos generados por la huella antropológica.

Entre este orden de ideas el ciclo biológico parte de los siguientes componentes:

### **Hidrólisis**

En esta etapa, las macromoléculas son convertidas en sustancias con una estructura más sencilla, de manera que puedan ser procesadas y digeridas por los elementos biológicos que prosiguen según el conjunto de reacciones que componen este procedimiento. Bajo condiciones normales, es la etapa limitante del proceso.

### **Acidogénesis**

Los microorganismos que se encargan de convertir las moléculas producidas en la fase anterior, son resistentes a condiciones extremas de supervivencia; por lo tanto, resisten las diversas características del residuo suministrado. Los productos principales de la acidogénesis son los ácidos grasos volátiles, que incluyen: ácido propiónico, ácido butírico y ácido acético.

### **Acetogénesis**

Los ácidos grasos volátiles obtenidos en la etapa anterior son convertidos en ácido acético, dióxido de carbono e hidrógeno molecular. Evidentemente, el proceso acetogénico se lleva a cabo en presencia de varias sustancias con alta acidez.

### **Metanogénesis**

El ácido acético es transformado en metano y dióxido de carbono debido a la actividad biológica de los microorganismos. Como se menciona anteriormente, en el caso de los residuos líquidos, esta etapa es considerada limitante para los residuos en estado líquido (Chynoweth et al., 2001).

### **Modelos matemáticos**

Son modelos que permiten establecer relaciones entre variables, parámetros y restricciones que rigen las condiciones de un fenómeno o comportamiento de un problema. Tienen aplicación en todas las áreas del conocimiento y son ampliamente utilizados por las ventajas que ofrecen, debido principalmente a que permiten predecir el desenvolvimiento o desarrollo de diversos procesos o resolver problemas con rapidez y efectividad.

## Análisis multivariable en la predicción del rendimiento de la digestión anaerobia de aguas residuales en la industria cafetalera

---

La modelación tiene como objetivo consolidar aspectos que le confieran robustez y efectividad al modelo; entre los cuales se mencionan: simplicidad, universalidad, sensibilidad, objetividad y estabilidad.

Los modelos matemáticos cumplen con características que rigen su funcionalidad y aplicación en el campo de estudio. Los elementos que constituyen un modelo matemático son: variables, los parámetros o valores conocidos para las variables del modelo, las restricciones son los límites matemáticos que dan soporte a la validez de los resultados del modelo, las relaciones entre variables se basan en teorías constituidas que forman la base del conocimiento y las representaciones matemáticas que pueden ser ecuaciones y funciones (Gershenfeld, 1999).

Entre los tipos de este modelo y según la información empleada pueden ser heurísticos y empíricos. Los modelos heurísticos se fundamentan en posibles determinaciones en función de los fenómenos estudiados. Los modelos empíricos son diseñados en base a datos experimentales o experiencias reales. En concordancia con la aleatoriedad, se clasifican en determinista y estocástico. La incertidumbre difiere entre uno y otro. A diferencia del modelo determinista, el estocástico existe distribución de probabilidad, debido a la incertidumbre en el valor de las variables consideradas.

Según el tipo de representación, pueden ser cuantitativos o cualitativos. La diferencia entre estos modelos es la precisión numérica que caracteriza a las estructuras cuantitativas.

Finalmente, según la aplicación, pueden ser modelados de control, optimización y simulación. Los modelos de control se ajustan en función de los resultados deseados, en la optimización se emplean para hallar soluciones más efectivas en la resolución de problemáticas y en la simulación se focalizan en predecir o estimar los resultados que se obtendrán en un determinado proceso que normalmente se realiza de forma empírica (Gershenfeld, 1999).

### **Modelos aplicados en la digestión anaerobia**

El proceso de digestión anaerobia ha sido evaluado mediante varios modelos que han demostrado su efectividad según las características del residuo (sustrato), el régimen de operación y las condiciones experimentales. Por consiguiente, cada modelo demuestra su efectividad en función de varios parámetros que deben ser considerados previo a la elección del modelo.

En este sentido, el modelo de Gompertz se basa en adecuaciones de la ecuación de Monod, puesto que se considera la velocidad máxima y el tiempo de retardo del proceso anaeróbico. Cabe mencionar que el período de retardo o tiempo lag es un período de adaptación, en la que los microorganismos asimilan las condiciones y el desarrollo del proceso. En la curva de producción de metano, el punto

## Análisis multivariable en la predicción del rendimiento de la digestión anaerobia de aguas residuales en la industria cafetalera

---

de inflexión se calcula con la tangente de la función o intersección en el punto máximo de la velocidad de reacción (Velázquez-Martí et al., 2018).

Otro modelo empelado es el de Función de Transferencia, que es similar al modelo exponencial, no obstante, introduce el tiempo de retardo y en lugar de la constante cinética, toma en cuenta la velocidad máxima respecto al rendimiento máximo de metano. Para sustratos con alta recalcitrancia o restricciones al proceso de digestión anaerobia, como el caso de los residuos sólidos, este modelo es de gran valía y presenta ventajas sustanciales respecto al modelo de Roediger (McCarty & Mosey, 1991; Jeyaseelan, 1997).

El modelo de Fitzhugh es también similar al modelo de primer, sin embargo, esta ecuación considera la variable  $n$ , que actúa como corrector de los parámetros para ajustar a un modelo exponencial. Si bien es empleado en la modelación matemática de diversos residuales y/o sustratos, su aplicabilidad pierde acción, cuando el parámetro  $n$  tiene que adaptar los datos obtenidos con amplia dispersión a una función exponencial permanente (McCarty & Mosey, 1991).

Por su parte, en el modelo de primer orden (Roediger) se ha establecido que la etapa hidrolítica se constituye en la operación más compleja e influyente en la digestión y por lo tanto, el rendimiento máximo de metano y la constante cinética son evaluadas durante el desarrollo del modelo.

Cabe indicar, que se ha determinado que los procesos biológicos tienen una tendencia hacia ecuaciones de primer orden, es decir, la simulación mediante modelos de este tipo permite reflejar que pueden tener alta correlación con los resultados experimentales o reales (Edeline, 1980).

### Modelo de Roediger

El modelo de Roediger es una ecuación de primer orden que permite simular y predecir el rendimiento de metano en la digestión biológica de residuos o sustratos con alto contenido de materia orgánica. Este modelo considera entre sus variables, el rendimiento máximo de metano, el cual se obtiene experimentalmente, así como una constante cinética y el tiempo de operación, según la ecuación 1 (Edeline, 1980).

$$Y_{CH_4} = Y_{max}(1 - e^{-k_0 t})$$

Cabe indicar que las unidades de los parámetros son las siguientes:

Rendimiento de metano:  $Y_{CH_4}$  (Volumen (L) de  $CH_4$ / DQO \* día)

Demanda química de oxígeno: DQO (mg/L)

e: función exponencial

Análisis multivariable en la predicción del rendimiento de la digestión anaerobia de aguas residuales en la industria cafetalera

---

Constante cinética:  $k_0$  (día<sup>-1</sup>)

Tiempo:  $t$  (día)

A diferencia de los demás modelos matemáticos empleados en la digestión anaerobia, el modelo de Roediger permite evaluar la incidencia de variables como el rendimiento máximo, tiempo de operación ( $d$ ) y la constante cinética ( $d^{-1}$ ). Además, los procesos bioquímicos relacionados con microorganismos, como es el caso del tratamiento que se plantea en la presente investigación tienen afinidad con los procesos lineales de primer orden (Edeline, 1980).

Modelados como el de Gompertz, Fitzhugh, de Función de Transferencia, Cone y Suma de errores cuadráticos (Kythreotou et al., 2014) han probado ser efectivos en la evaluación de parámetros de la digestión anaerobia; no obstante, como se menciona anteriormente, la ecuación de primer orden considera parámetros cinéticos y rendimientos máximos termodinámicos, que desean ser validados para determinar su relación e influencia en la predicción del rendimiento de metano, para así determinar el grado de varianza entre el resultado simulado y reportes experimentales basados en evidencias científicas.

La evaluación del modelo permite cuantificar la incertidumbre de un modelo a través de la comparación de sus predicciones y los datos experimentales. Cabe indicar que los datos utilizados para realizar las pruebas con el modelo no deben ser parte de la validación del modelo, debido a que muy comúnmente los datos contienen errores, es por esta razón que a veces es suficiente demostrar que no hay diferencias estadísticamente significativas entre los datos experimentales y las predicciones obtenidas a partir del modelo.

Para determinar el grado de confianza de un modelo se debe tomar en cuenta su base de datos de validación. Por lo tanto, las validaciones del modelo con datos experimentales obtenidos en condiciones diferentes son necesarias. Por otra parte, se debe tener en cuenta que las diferencias entre los datos y las predicciones del modelo se pueden medir por comparación gráfica, intervalos de confianza y pruebas estadísticas. Las pruebas de hipótesis son particularmente útiles en la comparación de las distribuciones, variaciones o series de tiempo de los resultados del modelo para determinar si las predicciones del modelo se encuentran dentro de un rango aceptable de precisión.

Por otro lado el análisis de regresión lineal ha estado entre las herramientas que se aplican con mayor frecuencia en el análisis del error. En el análisis de datos experimentales se ha empleado para definir la relación que permite cuantificar la distribución entre las variables que componen el modelo y también en la verificación de la validez de los modelos de procesos físico-químicos como adsorción,

## Análisis multivariable en la predicción del rendimiento de la digestión anaerobia de aguas residuales en la industria cafetalera

---

digestión biológica, diseño de reactores, reacciones oxidativas de remediación de contaminantes, procesos catalíticos homogéneos y heterogéneos (Edgar & Himmelblau, 1989; Hanna & Sandall, 1995).

Por otra parte, la regresión no lineal se ha convertido en una herramienta inevitable, ya que proporciona un método matemático riguroso para determinar los parámetros de múltiples procesos, considerando la forma original de ecuaciones isotérmicas. A diferencia de la regresión lineal, la regresión no lineal generalmente implica la minimización de la distribución de errores entre datos experimentales y los valores predichos por el modelo en función de criterios de convergencia (Kumar & Sivanesan, 2006). Cabe mencionar que estas operaciones ya no se constituyen como un método computacionalmente difícil debido a la disponibilidad de algoritmos informáticos (Theivarasu & Mysamy, 2011).

Entre los estadígrafos más aplicados para determinar el error o diferencias entre valores predichos (modelo matemático) se encuentran índices con diversas operaciones matemáticas. En la actualidad, se pueden calcular mediante herramientas computacionales, evitando de esta forma el proceso iterativo manual que en algunos casos conlleva a equivocaciones.

En este trabajo se emplearon los siguientes estadígrafos para ajustar el modelo de Roediger en la predicción del rendimiento de metano producido en la digestión anaerobia de las aguas residuales del café. Ayawei et al. (2017) proponen una revisión general de las isotermas de adsorción y sus aplicaciones en otros procesos de remediación ambiental, así mismo se expone el uso de la regresión lineal, regresión no lineal y las funciones de error para un análisis óptimo de los datos.

### **Suma de los errores cuadráticos (ERRSQ)**

La suma de cuadrados es una medida de desviación respecto a la media. Este indicador es calculado como una suma de los cuadrados de las variaciones con respecto a la media. Cabe indicar que la suma total de los cuadrados considera la suma de los cuadrados de los factores, así como la sumatoria de errores o aleatoriedad (Ng et al., 2002). Su expresión es:

$$ERRSQ = \sum_{i=1}^n (Y_{calci} - Y_{exi})^2$$

### **Función fraccional del error híbrida**

Fue desarrollada por Kapoor y Yang, para mejorar el ajuste de la suma de los errores cuadráticos (SEC) a bajas concentraciones dividiéndolo por el valor medido. Esta función incluye el número de

Análisis multivariable en la predicción del rendimiento de la digestión anaerobia de aguas residuales en la industria cafetalera

---

puntos de datos ( $n$ ), menos el número de parámetros ( $p$ ) o ecuación isotérmica como divisor (Kapoor & Yang, 1989).

$$HYBRID = \frac{100}{n-p} \sum_{i=1}^n \left[ \frac{(Y_{exi} - Y_{calci})^2}{Y_{exi}} \right]$$

- **Error relativo promedio (ARE)**

El error relativo promedio (ARE por sus siglas en inglés) fue desarrollado por Marquardt con la finalidad de minimizar la distribución de error fraccional en todo el rango de concentración (Marquardt, 1963). Este estadígrafo está dado por la siguiente expresión:

$$ARE(\%) = \frac{100}{n} \sum_{i=1}^n \left[ \frac{Y_{calci} - Y_{exi}}{Y_{exi}} \right]$$

- **Desviación estándar porcentual de Marquadt (MPSD)**

La función de error de desviación estándar porcentual de Marquardt (MPSD por sus siglas en inglés) se relaciona con una distribución de error medio geométrica modificada en función de los grados de libertad del sistema (Ng et al., 2003). Está representado por la siguiente expresión:

$$MPSD = \sqrt{\frac{1}{n-p} \sum_{i=1}^n \left[ \frac{(Y_{exi} - Y_{calci})}{Y_{exi}} \right]^2}$$

- **Suma del error absoluto (EABS)**

Este método es similar a la función de la suma de errores cuadráticos (ERRSQ). En este caso, los parámetros isotérmicos se determinan empleando esta función de error que proporciona un mejor ajuste para alta concentración de datos (Kundu & Gupta, 2006).

Se calcula a partir de la siguiente ecuación:

$$EABS = \sum_i^n |Y_{exi} - Y_{calci}|$$

- **Raíz media del error cuadrado relativo (RMSE)**

El error cuadrático medio (RMSE) mide la diferencia de error que existe entre dos conjuntos de datos. En otras palabras, compara un valor predicho y un valor experimental. Además, se lo conoce como Raíz de la Desviación Cuadrática Media y es una de las estadísticas más utilizadas en el análisis de error y validación de modelos matemáticos (Chai & Draxler, 2014).

## Análisis multivariable en la predicción del rendimiento de la digestión anaerobia de aguas residuales en la industria cafetalera

A diferencia del error absoluto medio (MAE), el RMSE tiene aplicación en una amplia variedad de aplicaciones para diversas variables de procesos o metodologías de carácter físico, químico o biológico (Willmott & Matsuura, 2005; Chai & Draxler, 2014).

Su fórmula de cálculo es la siguiente:

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_i^n (Y_{calci} - Y_{exi})^2}{n}}$$

- **Eficiencia del modelo (ME)**

La evaluación del modelo puede realizarse mediante el estadígrafo de eficiencia del modelo, cuya ecuación se plantea de la siguiente forma:

$$ME = \frac{\sum_i^n (Y_{exi} - \bar{Y}_{ex})^2 - \sum_i^n (Y_{calci} - Y_{exi})^2}{\sum_i^n (Y_{exi} - \bar{Y}_{ex})^2}$$

- **Coefficiente de masa residual (CRM)**

El coeficiente de masa residual (CRM por sus siglas en inglés) evalúa las diferencias entre la sumatoria del rendimiento experimental y la sumatoria del rendimiento calculado mediante el modelo, respecto a la sumatoria del rendimiento experimental.

Se define a partir de la siguiente ecuación:

$$CRM = \frac{\sum_i^n Y_{exi} - \sum_i^n Y_{calci}}{\sum_i^n Y_{exi}}$$

- **Suma del error residual cuadrado (SRSE)**

Este índice estadístico refleja el cuadrado de la sumatoria del error residual, es decir la diferencia entre el rendimiento calculado y el rendimiento observado en el experimento respecto al rendimiento experimental. Cabe resaltar que mediante este análisis de error residual se determina la dispersión del valor predicho.

El estadígrafo en mención tiene la siguiente fórmula:

$$SRSE = \sum_i^n \left( \frac{Y_{calci} - Y_{exi}}{Y_{exi}} \right)^2$$

- **Coefficiente de determinación (R<sup>2</sup>)**

El coeficiente de determinación, se define como la proporción de la varianza total de la variable explicada por la regresión. El coeficiente de determinación, también llamado R cuadrado, refleja la bondad del ajuste de un modelo a la variable que pretender explicar (Elmorsi, 2011). Por su parte, se

## Análisis multivariable en la predicción del rendimiento de la digestión anaerobia de aguas residuales en la industria cafetalera

debe tomar en cuenta que el resultado del coeficiente de determinación oscila entre 0 y 1. Cuanto más cerca de 1 se sitúe su valor, mayor será el ajuste del modelo a la variable de estudio, mientras que, de forma inversa, cuanto más cerca de cero, menor ajuste tendrá el modelo y, por consiguiente, será menos fiable (Taylor, 1990). También, se caracteriza por representar la varianza respecto a la media. Se determina mediante la siguiente fórmula:

$$r^2 = 1 - \frac{\sum_i^n (Y_{calci} - Y_{exi})^2}{\sum_i^n (Y_{calci} - \bar{Y}_{ex})^2}$$

- **Prueba de ajuste no lineal Chi-Cuadrada ( $\chi^2$ )**

Esta función es muy importante en la determinación del mejor ajuste de un modelo aplicado para predecir rendimientos de la digestión anaerobia. Se obtiene evaluando la suma de las diferencias al cuadrado entre los datos experimentales y calculados, con cada diferencia cuadrática dividida por sus valores experimentales correspondientes (Brouers & Al-Musawi, 2015).

Se obtiene mediante la siguiente fórmula:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(Y_{calci} - Y_{exi})^2}{Y_{ex}}$$

Para representar las variables empleadas en los estadígrafos se utilizó una simbología estándar, de modo que están representados de la misma forma. La simbología de cada una de las variables que definen a los estadígrafos se explica a continuación:

$Y_{calci}$ : Y calculado "i"

$Y_{exi}$ : Y experimental "i"

$i$ : elementos

$n$ : número de datos

$p$ : número de parámetros

### **Determinación de los estadígrafos**

Entre los estadígrafos más aplicados para determinar el error o diferencias entre valores predichos (modelo matemático) se encuentran índices con diversas operaciones matemáticas. En la actualidad, se pueden calcular mediante herramientas computacionales, evitando de esta forma el proceso iterativo manual que en algunos casos conlleva a equivocaciones.

En este trabajo se emplearon los siguientes estadígrafos para ajustar el modelo de Roediger en la predicción del rendimiento de metano producido en la digestión anaerobia de las aguas residuales del

Análisis multivariable en la predicción del rendimiento de la digestión anaerobia de aguas residuales en la industria cafetalera

café. Ayawei et al. (2017) proponen una revisión general de las isotermas de adsorción y sus aplicaciones en otros procesos de remediación ambiental

### Metodología del Estudio

Al ser un estudio netamente Cuantitativo cuyo diseño de investigación esta enmarcado en un estudio documental y de campo, se hizo necesario destacar que la realización de la modelación del proceso de digestión anaerobia de las aguas residuales del café se utilizaron los resultados experimentales del trabajo de investigación de Morales & Vera (2018). En este trabajo, se evaluaron los rendimientos de metano para diferentes cargas orgánicas en reactores anaerobios tipo filtro que operaban a temperaturas termofílicas (55 °C). La investigación realizada por Morales & Vera (2018) tuvo como objetivo determinar el rendimiento de metano de las aguas residuales de la industria del café en función de la concentración de carga orgánica a partir de un sustrato sintético.

El sustrato sintético se preparó a base de café insoluble, comercialmente conocido como café para filtrar, el cual es un producto muy consumido a nivel mundial; cabe indicar que este producto genera un medio acuoso que tiene propiedades físico-químicas, entre ellas el pH, concentración de la carga orgánica (demanda química de oxígeno) similares a la del agua residual de la industria del café. Por lo tanto, debido a la escasa disponibilidad y acceso a los residuos industriales, los autores del proyecto mencionado decidieron evaluar el proceso experimental mediante agua residual simulada. De acuerdo con Morales & Vera, el agua residual de la industria del café tiene en promedio una carga contaminante (*DQO*) de 7500 mg/L.

Por otra parte, los reactores empleados para tratar el residuo operaron con un termostato, que permitió mantener constante la temperatura. Además, estos reactores contaron con un diseño tipo filtro anaerobio, con impelentes en la zona media para mantener y concentrar la biomasa o microorganismos metanogénicos, capaces de bioconvertir un residuo (sustrato) en productos con valor agregado en la industria energética.

**Tabla 1:** Resultados obtenidos según modelo Morales y Vera (2018)

Tiempo (días)	Carga orgánica (g <i>DQO/L* día</i> )	Rendimiento de metano ( <i>Y</i> : $\text{CH}_4/\text{g } DQO$ )	Rendimiento de metano - mL de metano - acumulado
1	0,72	215,52	215,52

Análisis multivariable en la predicción del rendimiento de la digestión anaerobia de aguas residuales en la industria cafetalera

2	0,72	224,98	440,5
3	0,72	244,48	684,98
4	0,72	268	952,98
5	0,72	227,31	1180,29
6	0,72	231,9	1412,19
7	0,72	204,96	1617,15
8	0,72	257,91	1875,06
9	0,72	234	2109,06
10	0,72	221,73	2330,73

**Tabla 1.** Datos experimentales del rendimiento de metano a partir de las aguas residuales del café.

**Fuente:** Tomado de Morales & Vera (2018).

En la **Tabla 1** se muestran los resultados obtenidos en la investigación de Morales y Vera (2018), en la que se operaron tres diferentes cargas orgánicas, no obstante, la carga que generó resultados más estables y permitió experimentar durante un periodo más regular y extenso fue con 0,72 g DQO/L\* día. Es por esta razón que la modelación y posterior evaluación del modelo se la realizará a partir de los rendimientos experimentales obtenidos con la carga previamente mencionada. La columna de rendimiento de metano acumulado equivale a la sumatoria progresiva de los rendimientos calculados diariamente.

### Modelo de Roediger

El modelo exponencial de primer orden ha sido empleado en la modelación de la digestión anaerobia y además permitió determinar la influencia de variables como rendimiento máximo de metano, constante cinética que a su vez dependen de parámetros como la demanda química de oxígeno (indicador de la cantidad de carga contaminante), volumen de reactor y tiempo de operación todo esto para las condiciones termodinámicas expuestas en el apartado 3.1.1. acerca de los datos empleados en el análisis.

$$Y_{CH_4} = Y_{max}(1 - e^{-k_0 t})$$

Donde las variables de esta fórmula representan:

- Rendimiento de metano:  $Y_{CH_4}$  (Volumen (L) de CH<sub>4</sub>/ DQO \* día)

## Análisis multivariable en la predicción del rendimiento de la digestión anaerobia de aguas residuales en la industria cafetalera

---

- Demanda química de oxígeno:  $DQO$  (mg/L)
- $e$ : función exponencial
- Constante cinética:  $k_0$  (día<sup>-1</sup>)
- Tiempo:  $t$  (día)

### Método de solución

Se empleó la herramienta del paquete de Microsoft Excel, Solver. Por tanto, el generador de datos utilizado fue el algoritmo del método de solución GRG nonlinear, el cual se basa en diversos factores o variables que son calculados mediante iteraciones numéricas con restricciones o condiciones que deben cumplirse. Este complemento permitió determinar las variables del modelo de Roediger que son evaluadas en la presente investigación.

Se determinaron el rendimiento máximo de metano y la constante cinética a partir del método exponencial de primer orden (Roediger) y fueron evaluados mediante 11 estadígrafos para finalmente relacionar su influencia en el valor predicho mediante la modelación matemática.

### Análisis de error

Los estadígrafos son indicadores que permiten determinar un valor numérico que representa a la población o la muestra de estudio. En la presente investigación se utilizaron los siguientes estadígrafos para ajustar el modelo de Roediger en la predicción del rendimiento de metano producido en la digestión anaerobia de las aguas residuales del café. Ayawei et al. (2017) proponen una revisión general de las isotermas de adsorción y sus aplicaciones en otros procesos de remediación ambiental, así mismo se expone el uso de la regresión lineal, regresión no lineal y las funciones de error para un análisis óptimo de los datos.

### Criterios de optimización

Los estadígrafos fueron ajustados mediante la optimización de las constantes del modelo. La teoría de optimización clásica o programación matemática se fundamenta en un conjunto de resultados y métodos analíticos y numéricos enfocados a encontrar e identificar el mejor candidato de entre una base de alternativas, sin la necesidad de enumerar y evaluar explícitamente todas las demás alternativas (Peressini et al., 1988).

Es por la razón previamente expuesta que una problemática de optimización es, también una problemática de decisión (Peressini et al., 1988).

Análisis multivariable en la predicción del rendimiento de la digestión anaerobia de aguas residuales en la industria cafetalera

---

Un problema de optimización consiste en la búsqueda de valores para unas determinadas variables (variables de decisión) de manera que, cumpliendo una serie de requisitos reflejados a partir de ecuaciones e inecuaciones algebraicas (restricciones) que predisponen la elección de los valores de las variables de decisión, proporcionan el mejor valor posible para una función (función objetivo) que es utilizada para medir el rendimiento de metano en la digestión anaerobia de las aguas residuales de la industria del café a partir de datos experimentales generados en pruebas de laboratorio.

se muestran los criterios de optimización definidos para cada estadígrafo. Se resaltan los 11 estadígrafos empleados y el respectivo criterio de optimización para cada uno de ellos.

**Tabla 2:** Criterios de Optimización

<b>Estadígrafo</b>	<b>Optimización</b>
<i>SEC</i>	Minimización
<i>Hybrid</i>	Minimización
<i>ARE (%)</i>	Minimización
<i>MPSD</i>	Minimización
<i>EABS</i>	Minimización
<i>RMSE</i>	Minimización
<i>ME</i>	Maximización
<i>CRM</i>	Cero
<i>SRSE</i>	Minimización
$R^2$	Maximización
$\chi^2$	Minimización

**Fuente:** *Elaboración Propia*

## Resultados

### Modelación matemática

La **Tabla 2** expone los resultados obtenidos a partir del modelo de Roediger y los resultados experimentales para  $t$ : 9 días, puesto que en este día se realizó el corte de datos. Para cada estadígrafo se determinaron los valores de la constante cinética, rendimiento máximo de metano y rendimiento predicho de metano.

Análisis multivariable en la predicción del rendimiento de la digestión anaerobia de aguas residuales en la industria cafetalera

**Tabla 2.** Comparación entre los resultados obtenidos a partir del modelo y los resultados experimentales para cada estadígrafo

Estadígrafo	Rendimiento de metano experimental ( $Y_{exp}$ )	Rendimiento de metano calculado ( $Y_{cal}$ )	Rendimiento de metano máximo ( $Y_{max}$ )	Constante cinética ( $K_o$ )
<i>ERRSQ</i>	2109,06	2097,83204	84392,94741	0,002796898
<i>Hybrid</i>		2092,450266	211506,6484	0,001104704
<i>ARE(%)</i>		1910,101372	6192,101928	0,040983809
<i>MPSD</i>		2071,285517	12654723,06	1,81878E-05
<i>EABS</i>		2095,31784	32799,45438	0,007334944
<i>RMSE</i>		2101,598456	163935,7435	0,001433614
<i>ME</i>		2098,985294	103543,4705	0,002275536
<i>CRM</i>		1782,600567	2526,87466	0,135814348
<i>SRSE</i>		2071,272842	10855696,36	2,12021E-05
$R^2$		2100,472613	122593,7817	0,001920231
$\chi^2$		2092,171092	192594,6219	0,001213613

Fuente: Elaboración Propia

### Criterios de optimización

Los criterios de optimización aplicados permitieron determinar los siguientes resultados. Para calificar el ajuste del modelo se determinaron los estadígrafos para analizar el error. El valor de cada uno fue determinado a través de las fórmulas planteadas en el capítulo anterior, de modo que se evaluó la relación entre la predicción y los valores reales. Para cada estadígrafo se calcularon los indicadores que permitieron concluir sobre la eficiencia, pertinencia y certeza del modelo de Roediger.

#### Análisis de varianza (ANOVA)

En este apartado se exponen los resultados del análisis de varianza mediante ANOVA, el cual permitió comparar el rendimiento de metano determinado experimentalmente y el rendimiento de metano calculado a partir del modelo de Roediger. La **¡Error! No se encuentra el origen de la**

Análisis multivariable en la predicción del rendimiento de la digestión anaerobia de aguas residuales en la industria cafetalera

---

**referencia.** se compone de las variables del modelo de Roediger: rendimiento máximo de metano ( $Y_{max}$ ) y la constante cinética ( $K$ ) y el rendimiento experimental ( $Y_{ex}$ ) para un período de operación de 9 días. Se determinó un valor de probabilidad que permitió concluir la correlación entre los valores predichos y experimentales.

### Discusión

Los valores obtenidos a través del modelo de Roediger tienen relación estadísticamente significativa con los resultados experimentales, puesto que gráficamente se observa que siguen tendencias similares. Entre los 11 estadígrafos utilizados como análisis de errores en la modelación, se detecta que el índice  $CRM$  y  $ARE$  presentan valores calculados con mayor dispersión respecto a los valores observados experimentalmente (figura 5). En la tabla 15 se indican los principales análisis de errores de algunos de los métodos de ajuste; se evidencia que el  $CRM$  tiene el mayor porcentaje de error, por su parte el estadígrafo de correlación/determinación  $R^2$  presenta los mejores resultados en función de los análisis de errores realizados.

A pesar de las diferencias detectadas, todos los estadígrafos sugieren que el método de Roediger permite predecir valores de rendimiento de metano que no presentan diferencias estadísticamente significativas con respecto a los valores experimentales. En otros estudios se ha determinado el rendimiento máximo de metano mediante regresión no lineal de mínimos cuadrados y el método de Gompertz modificado para predecir el rendimiento de metano en la co-digestión anaerobia de los residuos de matadero, estiércol, residuos sólidos municipales (Pagés-Díaz et al., 2013). En este trabajo se ajustó un modelo de tipo polinomial, debido a que el proceso de remediación fue aplicado sobre una combinación de sustratos y por lo tanto, son fundamentales aquellos aspectos como la sinergia entre cada uno de los sustratos presentes en la mezcla.

Por otra parte, existen modelos más complejos que incluyen una etapa hidrolítica enzimática y cuatro fases bacterianas, considera hasta 12 sustancias químicas. El modelo se basa en la inhibición del amoníaco y considera los cambios en el pH y temperatura para simular con precisión la concentración de amoníaco libre. Este modelo se ha aplicado para la simulación de la digestión del estiércol de ganado en reactores de tanque con agitación continua ( $CSTR$ ), y los resultados se comparan favorablemente con los datos experimentales (Angelidaki et al., 1993).

Se concluye que la mayoría de estudios realizados hasta el momento han aplicado modelos matemáticos rigurosos, debido a la composición del residuo o sustrato, puesto que los desechos

## Análisis multivariable en la predicción del rendimiento de la digestión anaerobia de aguas residuales en la industria cafetalera

---

sólidos, generalmente están compuestos de varios residuos que actúan independientemente durante la digestión anaerobia y por lo tanto pueden ocasionar antagonismo en el proceso de remediación ambiental. Sin embargo, en la presente investigación se demostró que, para residuos de composición definida, como el caso de las aguas residuales, resulta fiable realizar la predicción del rendimiento de metano mediante el modelo exponencial de primer orden de Roediger.

### 3.3.2. Análisis de Varianza

Para comparar los rendimientos experimentales y los rendimientos calculados, se procedió a determinar los valores promedio de la constante cinética del modelo. Estos valores promedio fueron calculados a partir de los valores generados para cada estadígrafo del método de ajuste. La tabla 16 señala que la probabilidad para el ANOVA es 0,000149445 y considerando un 95% de confianza, esta probabilidad es menor que 0,05; por tanto, se concluye que existe relación estadísticamente significativa entre el rendimiento de metano basado en la experiencia y el rendimiento de metano predicho mediante modelación matemática.

En este sentido, otros modelos han probado ser válidos para la predicción del rendimiento de metano en la digestión anaerobia, entre ellos el modelo estructurado *ADMI*. Este ajuste simula los principales procesos asociados a la conversión de sustratos orgánicos complejos en productos como metano, dióxido de carbono y particularmente ha sido validado en el procesamiento de desechos orgánicos y aguas residuales industriales (Yu et al., 2013).

Por otra parte, la comparación entre las variables rendimiento máximo de metano y constante cinética resultó tener una baja relación estadística, puesto que su probabilidad (0,13519826) es superior a 0,05. Evidentemente, estas no son las únicas variables que inciden en el desarrollo de la digestión anaerobia, puesto que factores como la inhibición o efecto recalcitrante de componentes intrínsecos o bien en el sustrato o generados durante las etapas bioquímicas del proceso anaeróbico, son fundamentales en la modelación y simulación. Además, aspectos fenomenológicos relacionados con el tipo de flujo, transferencia de masa y energía, diseño del reactor, características físico-químicas del sustrato como color, sólidos suspendidos, sólidos totales han probado su influencia desde la perspectiva predictiva como experimental.

Finalmente, se observan diferencias respecto a otros trabajos de modelación, debido a razones asociadas con el diseño experimental, puesto que generalmente, este tipo de estudios se realiza a partir de datos obtenidos a escala batch o discontinua (Parker, 2005); sin embargo, los datos empleados en la presente investigación corresponden a un proceso anaerobio de régimen continuo.

## Conclusiones

La digestión anaerobia se destaca como una prometedora solución tecnológica para el tratamiento de residuos industriales, especialmente de la industria cafetalera. Esta investigación validó el modelo de Roediger como una herramienta efectiva para simular el rendimiento de metano de dichas aguas residuales. A pesar de la prevalencia de tratamientos tradicionales aerobios y reactores oxidativos, este estudio revela la escasez de investigaciones sobre digestión anaerobia en este contexto, marcando un valioso aporte a la literatura científica y sentando las bases para futuras investigaciones que exploren modelos matemáticos avanzados para este proceso bioquímico.

## Referencias

- Angelidaki, I., Ellegaard, L., & Ahring, B. K. (1993). A mathematical model for dynamic simulation of anaerobic digestion of complex substrates: focusing on ammonia inhibition. *Biotechnology and bioengineering*, 42(2), 159-166. <https://doi.org/10.1002/bit.260420203>
- Angelidaki, I., Ellegaard, L., & Ahring, B. K. (1999). A comprehensive model of anaerobic bioconversion of complex substrates to biogas. *Biotechnology and bioengineering*, 63(3), 363-372. [https://doi.org/10.1002/\(SICI\)1097-0290\(19990505\)63:3<363::AID-BIT13>3.0.CO;2-Z](https://doi.org/10.1002/(SICI)1097-0290(19990505)63:3<363::AID-BIT13>3.0.CO;2-Z)
- Ayawei, N., Ebelegi, A. N., & Wankasi, D. (2017). Modelling and interpretation of adsorption isotherms. *Journal of Chemistry*, 2017. <https://doi.org/10.1155/2017/3039817>
- Brouers, F., & Al-Musawi, T. J. (2015). On the optimal use of isotherm models for the characterization of biosorption of lead onto algae. *Journal of Molecular Liquids*, 212, 46-51. doi: 10.1016/j.molliq.2015.08.054
- Chai, T., & Draxler, R. R. (2014). Root mean square error (RMSE) or mean absolute error (MAE)? - Arguments against avoiding RMSE in the literature. *Geoscientific model development*, 7(3), 1247-1250.
- Chynoweth, D. P., Owens, J. M., & Legrand, R. (2001). Renewable methane from anaerobic digestion of biomass. *Renewable energy*, 22(1-3), 1-8. [https://doi.org/10.1016/S0960-1481\(00\)00019-7](https://doi.org/10.1016/S0960-1481(00)00019-7)
- Corcoran, E., Nellesmann, C., Baker, E., Bos, R., Osborn, D., & Savelli, H. (2010). Sick water?: the central role of wastewater management in sustainable development: a rapid response

Análisis multivariable en la predicción del rendimiento de la digestión anaerobia de aguas residuales en la industria cafetalera

---

- assessment (E. Corcoran, C. Nellesmann, E. Baker, R. Bos, D. Osborn, & H. Savelli Eds.). Arendal, Norway: UNEP/GRID-Arendal.
- Edeline, F. (1980). L'épuration biologique des eaux résiduaires. Théorie et technologie. Belgium: Cebdic-Liege.
- Edgar, T. F. & Himmelblau, D. M. (1989). Optimization of Chemical Processes.
- Elmorsi, T. M. (2011). Equilibrium isotherms and kinetic studies of removal of methylene blue dye by adsorption onto miswak leaves as a natural adsorbent. *Journal of Environmental Protection*, 2(6), 817.
- Foresti, E., Zaiat, M., and Vallero, M. (2006). Anaerobic Processes as the Core Technology for Sustainable Domestic Wastewater Treatment: Consolidated Applications, New Trends, Perspectives, and Challenges. *Reviews in Environmental Science and Bio/Technology*, 5(1), 3-19. doi:10.1007/s11157-005-4630-9
- Gershenfeld, N. (1999). The nature of mathematical modeling. Cambridge university press: Cambridge.
- Gujer, W., & Zehnder, A. J. (1983). Conversion processes in anaerobic digestion. *Water science and technology*, 15(8-9), 127-167. <https://doi.org/10.2166/wst.1983.0164>
- Hanna, O. T., & Sandall, O. C. (1995). Computerization Methods in Chemical Engineering. Prentice-Hall International, New Jersey, NH, USA.
- Holm-Nielsen, J. B., Al Seadi, T., & Oleskiewicz-Popiel, P. (2009). The future of anaerobic digestion and biogas utilization. *Bioresource technology*, 100(22), 5478-5484. <https://doi.org/10.1016/j.biortech.2008.12.04>
- ICO, International Coffee Organization. (2018). Monthly coffee market report. Disponible en: <http://www.ico.org/Market-Report-17-18-e.asp>. Revisado: 11 de Octubre del 2019.
- Jeyaseelan, S. (1997). A simple mathematical model for anaerobic digestion process. *Water science and technology*, 35(8), 185-191. doi: 10.1016/S0273-1223(97)00166-2
- Kapoor, A., & Yang, R. T. (1989). Correlation of equilibrium adsorption data of condensable vapours on porous adsorbents. *Gas Separation & Purification*, 3(4), 187-192. doi: 10.1016/0950-4214(89)80004-0
- Kumar, K. V., & Sivanesan, S. (2006). Pseudo second order kinetics and pseudo isotherms for malachite green onto activated carbon: comparison of linear and non-linear regression

Análisis multivariable en la predicción del rendimiento de la digestión anaerobia de aguas residuales en la industria cafetalera

---

methods. *Journal of Hazardous Materials*, 136(3), 721-726. doi: 10.1016/j.jhazmat.2006.01.003

Kundu, S., & Gupta, A. K. (2006). Arsenic adsorption onto iron oxide-coated cement (IOCC): regression analysis of equilibrium data with several isotherm models and their optimization. *Chemical Engineering Journal*, 122(1-2), 93-106. doi: 10.1016/j.cej.2006.06.002

Kythreotou, N., Florides, G., & Tassou, S. A. (2014). A review of simple to scientific models for anaerobic digestion. *Renewable Energy*, 71, 701-714. doi: 10.1016/j.renene.2014.05.055

McCarty, P. L., & Mosey, F. E. (1991). Modelling of anaerobic digestion processes (a discussion of concepts). *Water Science and Technology*, 24(8), 17-33. doi: <https://doi.org/10.2166/wst.1991.0216>

Marquardt, D. W. (1963). An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters. *Journal of the society for Industrial and Applied Mathematics*, 11(2), 431-441. doi: 10.1137/0111030

Morales, C., Rivadeneira, S., & García, S. (2018). Digestión anaerobia de las aguas residuales de la industria del café instantáneo. *Revista ESPAMCIENCIA*, 9(1), 23-32.

Morales, C & Vera, J. (2018). Producción de metano a partir de las aguas residuales generadas en la industria del café instantáneo en régimen termofílico continuo con presencia de taninos. Tesis de Pregrado: Universidad Técnica de Manabí.

Ng, J. C. Y., Cheung, W. H., & McKay, G. (2002). Equilibrium studies of the sorption of Cu (II) ions onto chitosan. *Journal of Colloid and Interface Science*, 255(1), 64-74. doi: 10.1006/jcis.2002.8664

Obregón, J., Gutiérrez, R., González, L., Hernández, J., & Pérez, L. (2018). Análisis cinético de la biodegradabilidad anaerobia de la cachaza con pretratamiento termoalcalino en la producción de metano. *Revista Amazónica Ciencia y Tecnología*, 7(1), 12-18.

ONU. (2015). *Objetivos de Desarrollo Sostenible*. Organización de las Naciones Unidas. Ginebra.

Parker, W. J. (2005). Application of the ADM1 model to advanced anaerobic digestion. *Bioresource technology*, 96(16), 1832-1842.

Pagés-Díaz, J., Pereda-Reyes, I., Sanz, J. L., Lundin, M., Taherzadeh, M. J., & Horváth, I. S. (2018). A comparison of process performance during the anaerobic mono-and co-digestion of slaughterhouse waste through different operational modes. *Journal of Environmental Sciences*, 64, 149-156. doi: 10.1016/j.jes.2017.06.004

Análisis multivariable en la predicción del rendimiento de la digestión anaerobia de aguas residuales en la industria cafetalera

---

- Peressini, A. L., Sullivan, F. E., & Uhl, J. J. (1988). The mathematics of nonlinear programming (pp. 10-13). New York: Springer-Verlag
- Perevochtchikova, M. (2013). La evaluación del impacto ambiental y la importancia de los indicadores ambientales. *Gestión y política pública*, 22(2), 283-312.
- Pérez-López, C. (2005). *Métodos estadísticos avanzados con SPSS*. Thompson. Madrid.
- Rivas, F. J., Beltrán, F. J., Gimeno, O., Frades, J., & Carvalho, F. (2006). Adsorption of landfill leachates onto activated carbon: equilibrium and kinetics. *Journal of hazardous materials*, 131(1-3), 170-178. doi: 10.1016/j.jhazmat.2005.09.022
- Rodríguez, P., Pérez, S., and Fernández, B. (2000). Study of the anaerobic biodegradability of the wastewater during wet processing of coffee. *Interciencia*. 25(8): 386-390.
- Selvamurugan, M., Doraisamy, P., & Maheswari, M. (2010). An integrated treatment system for coffee processing wastewater using anaerobic and aerobic process. *Ecological Engineering*. 36(12): 1686-1690. doi:10.1016/j.ecoleng.2010.07.013
- Taylor, R. (1990). Interpretation of the correlation coefficient: a basic review. *Journal of diagnostic medical sonography*, 6(1), 35-39. doi: 10.1177/875647939000600106
- Theivarasu, C., & Mylsamy, S. (2011). Removal of malachite green from aqueous solution by activated carbon developed from cocoa (*Theobroma Cacao*) shell-A kinetic and equilibrium studies. *Journal of Chemistry*, 8(S1), S363-S371.
- Velázquez-Martí, B., Meneses-Quelal, O. W., Gaibor-Chavez, J., & Niño-Ruiz, Z. (2018). Review of mathematical models for the anaerobic digestion process. In *Biogas*. IntechOpen. doi: <http://dx.doi.org/10.5772/intechopen.80815>
- Willmott, C. J., & Matsuura, K. (2005). Advantages of the mean absolute error (MAE) over the root mean square error (RMSE) in assessing average model performance. *Climate research*, 30(1), 79-82.