

Recreación del proceso de deshidratación de la piña cayena como aplicación del cálculo diferencial a través de GeoGebra con fines didácticos

Número Publicado el 05 de julio de 2018

DOI: 10.23857/dc.v4i3.798



Ciencias técnicas y aplicadas

Artículo de investigación

Recreación del proceso de deshidratación de la piña cayena como aplicación del cálculo diferencial a través de GeoGebra con fines didácticos

Recreation of the cayenne pineapple dehydration process as an application of differential calculus through GeoGebra for didactic purposes

Recriação do processo de desidratação de abacaxi caiena como aplicação do cálculo diferencial através do GeoGebra para fins didáticos

Fredy R. Barahona-Avecilla ^I
fbarahona@unach.edu.ec

Olga B. Barrera-Cárdenas ^{II}
obarrera@epoch.edu.ec

Bayardo R. Vaca-Barahona ^{III}
bayardo.vaca@unach.edu.ec

Alex F. Inca-Falconí ^{IV}
alex.inca@epoch.edu.ec

Paul Alejandro Montúfar-Paz ^V
paul.@epoch.edu.ec

Recibido: 10 de febrero de 2018 * **Corregido:** 27 de abril de 2018 * **Aceptado:** 17 de junio de 2018

- ^I. Docente de Análisis Matemático. Magister en Matemática Básica, Universidad Nacional de Chimborazo, Riobamba, Ecuador.
- ^{II}. Docente de Análisis Matemático. Magister en Matemática Básica, Escuela superior politécnica de Chimborazo, Riobamba, Ecuador.
- ^{III}. Docente del Sistema de Nivelación. Magister en desarrollo de la inteligencia y educación., Universidad Nacional de Chimborazo, Riobamba, Ecuador.
- ^{IV}. Coordinador Académico de la Unidad de Admisión y Nivelación de la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo. Contador Público Autorizado CPA, Diplomado Superior en Gestión Educativa Sistema de Nivelación, Escuela superior politécnica de Chimborazo, Riobamba, Ecuador.
- ^V. Docente de Motores y mecanismos. Maestría en Ingeniería Automotriz. Facultad de Ingeniería Mecánica, Escuela superior politécnica de Chimborazo, Riobamba, Ecuador.

Recreación del proceso de deshidratación de la piña cayena como aplicación del cálculo diferencial a través de GeoGebra con fines didácticos

Resumen

El cálculo diferencial en la universidad forma parte del currículo en los primeros niveles cuando el estudiante está tomando asignaturas básicas por lo que el contenido está sujeto a definiciones, reglas y teoremas que generalmente provee al estudiante de conocimientos matemáticos en los que se limita a la resolución de ejercicios propuestos con determinado rigor que son valiosos pero hay un faltante didáctico, es decir, se requiere de un complemento que enlace estos conocimientos con la carrera que está cursando. Este trabajo consistió en determinar el análisis de las características físicas de la piña cayena que, aunque para los fines de este artículo no contribuye mayormente en el propósito, sin embargo, ya induce al estudiante en una de las líneas de conocimiento de la carrera. Luego entonces se toma en consideración un equipo de deshidratación en el que se describe sus normas técnicas de fabricación necesarias en la industria y que constituye el laboratorio físico del proceso de deshidratación de la fruta obteniéndose como resultado los datos de 20 muestras que han sido sometidas al proceso y de las cuales se han obtenido resultados que han permitido mediante regresión realizar la curva de la cinética de secado en la que se conjuga la Humedad libre ($KgH_2O/KgSS$) en función del tiempo (horas). Luego con fines didácticos en el que se pretende dar significado de los conocimientos adquiridos de cálculo diferencial se propone que a través de las definiciones, reglas y teoremas matemáticos y con la ayuda del software GeoGebra conformar el laboratorio matemático que permita recrear el proceso lo que le permitirá entender al estudiante que las matemáticas no es otra cosa que un lenguaje que permite describir los fenómenos de la naturaleza de los cuales se sirven los investigadores para generar conocimiento.

Palabras clave: cálculo diferencial; deshidratación; piña cayena; proceso; recreación; didáctica; GeoGebra.

Abstract

The differential calculus in the university is part of the curriculum in the first levels when the student is taking basic subjects so the content is subject to definitions, rules and theorems that generally provide the student with mathematical knowledge in which is limited to the resolution of exercises

Recreación del proceso de deshidratación de la piña cayena como aplicación del cálculo diferencial a través de GeoGebra con fines didácticos

proposed with certain rigor that are valuable but there is a didactic lack, that is to say, a complement is required that links this knowledge with the career that is taking place. This work consisted in determining the analysis of physical characteristics of the cayenne pineapple that although for the purposes of this article does not contribute much in the purpose, however, it already induces the student in one of the lines of knowledge of the career. Then, a dehydration equipment is taken into consideration in which its technical manufacturing standards necessary in the industry are described and which constitutes the physical laboratory of the process of dehydration of the fruit, obtaining as a result the data of 20 samples that have been submitted to the process and from which results have been obtained that have allowed by regression to perform the curve of the kinetics of drying in which Free Moisture ($\text{KgH}_2\text{O} / \text{KgSS}$) is conjugated as a function of time (hours). Then with didactic purposes in which it is intended to give meaning to the acquired knowledge of differential calculus, it is proposed that through mathematical definitions, rules and theorems and with the help of the GeoGebra software, the mathematical laboratory that allows recreating the process to be created. It will allow the student to understand that mathematics is nothing more than a language that allows describing the phenomena of nature that researchers use to generate knowledge.

Keywords: differential calculus; dehydration; cayenne pineapple; process; recreation; didactic; GeoGebra.

Resumo

O cálculo diferencial na universidade faz parte do currículo nos primeiros níveis quando o aluno está tomando disciplinas básicas para que o conteúdo fique sujeito a definições, regras e teoremas que geralmente proporcionam ao aluno conhecimentos matemáticos nos quais se limita à resolução de exercícios propostos com certo rigor que são valiosos, mas há uma falta didática, ou seja, é necessário um complemento que ligue esse conhecimento com a carreira que está ocorrendo. Este trabalho consistiu em determinar a análise das características físicas do abacaxi de pimenta-de-caiena que, embora para fins deste artigo, não contribui muito na finalidade, no entanto, já induz o aluno em uma das linhas de conhecimento de carreira. Em seguida, é levado em consideração um equipamento de desidratação no qual são descritos seus padrões técnicos de fabricação necessários na indústria e que

Recreación del proceso de deshidratación de la piña cayena como aplicación del cálculo diferencial a través de GeoGebra con fines didácticos

constitui o laboratório físico do processo de desidratação da fruta, obtendo como resultado os dados de 20 amostras que foram submetidas ao ensaio. Processo e cujos resultados foram obtidos que permitiram pela regressão realizar a curva da cinética de secagem em que a Umidade Livre (KgH₂O / KgSS) é conjugada em função do tempo (horas). Em seguida, com fins didáticos em que se pretende dar sentido ao conhecimento adquirido de cálculo diferencial, propõe-se que através de definições matemáticas, regras e teoremas e com a ajuda do software GeoGebra, o laboratório matemático que permite recriar o processo a ser criado isso permitirá ao aluno entender que a matemática nada mais é do que uma linguagem que permite descrever os fenômenos da natureza que os pesquisadores usam para gerar conhecimento.

Palavras chave: cálculo diferencial; desidratação; abacaxi caiena; processo; recreaç o; did tico GeoGebra.

Introducción

La enseñanza del cálculo diferencial debe basarse sobre la experimentación tanto de profesores como de estudiantes. Precisamente se deben utilizar las tecnologías para producir nuevos artefactos de experimentación, así como utilizar apropiadamente software para cálculo y gráficos.

Para alentar este cambio se requiere la producción de recursos educativos innovadores diferentes a los existentes, los cuales deben usarse en entornos de aprendizajes diferentes al aula con otras prácticas de enseñanza experimental.

Es necesario introducir otros ambientes que permitan que el alumno trabaje, discuta y desarrolle capacidades de aprendizaje acordes con las herramientas del siglo XXI. Hay que recrear (ver situaciones nunca antes vistas) o transformar las clásicas experiencias de las ciencias en nuevas experiencias que permitan desarrollar sistemáticamente prototipos de experimentación, tanto para ciencias como para matemática (Bosch et al, 2011).

Recreación del proceso de deshidratación de la piña cayena como aplicación del cálculo diferencial a través de GeoGebra con fines didácticos

Los libros de texto actuales de cálculo diferencial se han dedicado a proponer análisis con un exceso de rigor que proviene de la concepción de la matemática moderna en donde se preocupan por presentar las demostraciones de los teoremas más importantes del cálculo diferencial, pero no se realiza una discusión sobre la comprensión de dichos conceptos y el proceso de demostración. Para estudiar funciones maestros y alumnos usan la definición estática de conjuntos, tablas y fórmulas, lo que conlleva a dificultades de interpretación de situaciones que no permiten ver los aspectos que desean verse con respecto a la “ variación” en donde el estudiante concibe la función solamente como una correspondencia, no pone en juego su pensamiento y lenguaje variacional que implica que sea capaz de reconocer los valores que puede tomar una función en cierto intervalo, así mismo necesita explorar como varía la función en dicho intervalo. En este sentido GeoGebra es una herramienta poderosa, dado que se constituye en un laboratorio de experimentación, análisis, conjeturación, comprobación y conexión de las diferentes representaciones.

Con el objetivo de lograr la construcción de un marco conceptual en la resolución de problemas, destacando entre sus componentes el acercamiento visual y empírico, la representación funcional, la búsqueda de diversos caminos para la construcción de un modelo algebraico que incluya métodos analíticos y geométricos, y la relevancia de contrastar los procesos y las estrategias utilizados en los diversos acercamientos, en donde se recomiendan los diversos momentos:

- Observación de fenómeno en la realidad: Descripción, predicción, verificación.
- Aproximación al tipo de gráfica que se producirá al relacionar las magnitudes que varían
- Registro de los datos en una tabla y análisis de la información suministrada
- Visualización de la gráfica formada por el conjunto de valores registrados y análisis de la misma.
- Relación entre los registros tabular y gráfico.

Recreación del proceso de deshidratación de la piña cayena como aplicación del cálculo diferencial a través de GeoGebra con fines didácticos

- Aproximación a la expresión algebraica que mejor relaciona las variables.
- Cálculo de regresión.
- Análisis de la función y de su relación con el fenómeno en estudio.
- Otras extensiones al estudio de la función: Construcción geométrica de la derivada, análisis de la derivada, cálculo de la derivada, interpretación (Fiallo y Sandra, 2014).

El proceso a recrear en términos matemáticos se ha tomado de un trabajo de titulación de la carrera de agroindustria que durante este artículo se va a ir describiendo acerca de la deshidratación de la piña cayena con un determinado equipo de deshidratación (Criollo y Barahona, 2016).

La observación del fenómeno es que en la agroindustria la rápida descomposición de la materia vegetal constituye un problema que conlleva a pérdidas económicas para los productores de alimentos. Una solución a este problema es aprovechar las bondades que brindan los procesos de deshidratación (Fernández et al., 2015). La deshidratación podría constituir una solución viable para los medianos y pequeños productores, conlleva a beneficios para los productores de alimentos, tales como, la conservación por largos periodos de tiempo, el transporte, y el consecuente incremento en su precio.

Según García et al. (2011), la deshidratación de frutas tiene orígenes antiguos, y es el método tradicional por excelencia para la conservación de alimentos. La deshidratación inhibe el crecimiento de los microorganismos, reduce o detiene la actividad enzimática (Rodríguez et al, 2006), y las reacciones químicas del propio alimento, logrando que se alargue su vida útil.

Por otro lado, GeoGebra como herramienta facilitadora para el desarrollo de las competencias matemáticas ya que le permite visualizar y simular situaciones reales de manera dinámica e interactiva; y a su vez de la necesidad de su incorporación a los planes curriculares para la enseñanza de las matemáticas (Pavón et al, 2015).

Recreación del proceso de deshidratación de la piña cayena como aplicación del cálculo diferencial a través de GeoGebra con fines didácticos

Los jóvenes investigadores tienen un gran potencial desde el desarrollo de competencias comunicativas, sociales, cognitivas, hasta el desarrollo del pensamiento geométrico a partir de la generación de gráficas y modelado de situaciones de la vida real a través del software GeoGebra. Los resultados muestran una mejora significativa en apropiación del conocimiento (Pavón et al, 2015).

En la enseñanza de matemáticas con GeoGebra los procesos de aprendizaje son más eficientes cuando integramos herramientas informáticas que faciliten a través de procesos visuales el análisis matemático garantizando la vinculación del aprendizaje adquirido con el aporte de las soluciones matemáticas a problemas de la sociedad. Este aspecto hace la diferencia entre la forma tradicional de enseñar matemáticas, que se basa en la resolución de un número determinado de ejercicios, que se rigen a procesos matemáticos repetitivos ya definidos que se encuentran descontextualizados de los reales problemas de la sociedad (Barahona et al, 2015).

La Interfaz de la herramienta GeoGebra presta una vista gráfica, algebraica y vista CAS (Cálculo simbólico), entre otras cosas, a su vez están complementadas con varias herramientas como son: desplazamiento, puntos, rectas, interacciones que fueron de interés para el presente estudio.

El objetivo del presente trabajo es utilizar un equipo de deshidratación de materia prima vegetal que constituye el laboratorio físico para la deshidratación de la piña cayena lisa describir sus características físico químicas únicamente para indicar que el proceso es único de acuerdo al tipo de fruta, y luego realizar una recreación del proceso utilizando la definición de función y derivada con apoyo en el uso software Geo-Greba o laboratorio tecnológico matemático mediante el que se puede relacionar variables y ver su comportamiento.

Metodología

El presente trabajo inicia con la observación del proceso de deshidratación en la carrera de agroindustria en el que se utiliza un equipo de deshidratación Fig.1 y luego se analizan las

Recreación del proceso de deshidratación de la piña cayena como aplicación del cálculo diferencial a través de GeoGebra con fines didácticos

características de la fruta. Los resultados registrados responden a una recopilación de muestras sistematizadas en las que se realizó evaluaciones por medio de cinéticas de secado de 20 muestras.

En la cinética de secado intervienen los parámetros humedad ($\text{Kg H}_2\text{O} / \text{KgSS}$) y tiempo (Horas). Se describe el equipo de deshidratación, las características físico químicas de la fruta y se enuncian las definiciones matemáticas para recrear el proceso de deshidratación en GeoGebra.

Interfaz de la herramienta GeoGebra GeoGebra en su interfaz presta una vista gráfica, algebraica y vista CAS (Cálculo simbólico), entre otras cosas, a su vez están complementadas con varias herramientas como son: desplazamiento, puntos, rectas, interacciones que fueron de interés para el presente estudio. Los criterios técnicos del deshidratador de materia prima vegetal se describen a continuación.

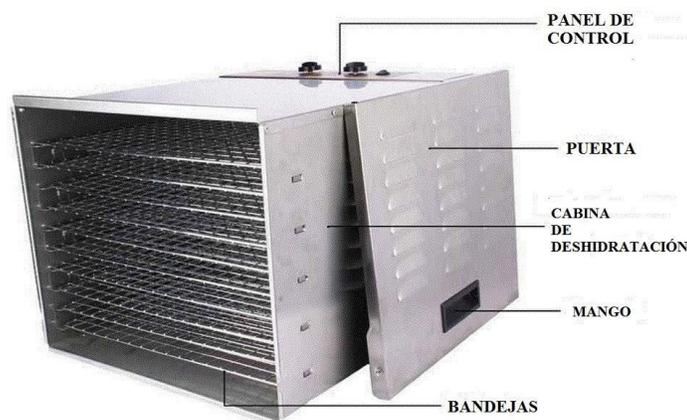


Figura 1. Equipo o laboratorio físico donde se produce el proceso de deshidratación

Fuente: elaboración Propia.

Carcasa o cuerpo del deshidratador

Es de acero inoxidable tipo alimentario AISI 304 libre de BPA (Bisfenol A), tanto en las bandejas como en el cuerpo del deshidratador.

Panel de control

Recreación del proceso de deshidratación de la piña cayena como aplicación del cálculo diferencial a través de GeoGebra con fines didácticos

El panel de control es análogo, en el cual se establece la temperatura que tiene un rango de 35 a 68 °C y el tiempo de deshidratación con detención automática de hasta 12 horas. Dentro de él se encuentra el motor, la resistencia y un ventilador que genera una velocidad de aire que oscila entre 2 a 3 ms⁻¹.

Bandejas

El deshidratador cuenta con diez bandejas tipo rejillas las cuales constan con agujeros con un área de 2x2 cm ideales para que el aire circule por todo el contenido a deshidratar. Están diseñadas de tal forma que el flujo de aire caliente proveniente de la parte trasera del equipo se conserve más en la cámara de secado.

Flujo de aire

El sistema de ventilación se ubica en la parte posterior lo cual genera una mayor velocidad del flujo de aire que luego es calentado por las resistencias; la aireación es horizontal hacia el interior de la cámara y vertical a través de los productos dispuestos en las bandejas, este flujo choca con las paredes y circula a través de toda la cámara, el diseño del equipo permite que la distribución del aire sea homogénea.

Características físico-químicas de la piña

Contenido de sólidos solubles

El contenido promedio de sólidos solubles que reportó la piña (Cayena Lisa) en este estudio fue de 11,74 °Bx, dato que se aproxima a lo establecido en la norma NTE INEN 1 836:2009 la cual señala un valor de 12 °Bx. Otros autores establecen que la piña una vez cosechada no presenta cambios en el contenido de sólidos solubles (KgSS) por ser un fruto no climatérico y a la vez no posee reservas de almidón que permitan la transformación de estos en azúcares, debido a esto el valor mínimo oscila entre 12 a 13 °Bx (Montero & Cerdas, 2005).

Diámetro.

El diámetro de la piña (Cayena Lisa) se registró en 105,8 mm, con esta medida se pudo clasificar al fruto en el rango de mediana de acuerdo a la norma NTE INEN 1836:2009. Así mismo el espesor de

Recreación del proceso de deshidratación de la piña cayena como aplicación del cálculo diferencial a través de GeoGebra con fines didácticos

la piña de este estudio fue de 5 mm en concordancia con otras investigaciones que este valor es el más apropiado para que la deshidratación de la piña sea efectiva.

Determinación de pH

El pH promedio de la piña analizada fue 4.08, valor que se encuentra dentro de los límites que reportan García et al. (2013), cuya investigación se llevó a cabo haciendo uso del mismo fruto. Es importante mencionar que esta propiedad indica el periodo de acidez o alcalinidad que resulta de los cambios bioquímicos que atraviesa la fruta durante el período de maduración luego de la cosecha; a medida que la piña madura el pH aumenta (García et al., 2011).

Firmeza

El resultado obtenido correspondiente a la firmeza de la piña (Cayena Lisa) cortada en rodajas de 5 mm de espesor fue en promedio 1,19 Kgf/cm², este parámetro es un factor importante dentro de la determinación de calidad de la fruta y coincide con lo que indican García et al. (2013), quienes reportan valores de firmeza de 1,27 Kgf/cm² de la piña procesada en cubos de 2x5x1 cm, por lo que se puede corroborar que esta variable se encuentra dentro de los rangos establecidos.

Humedad

Al respecto Arias y Toledo (2007), manifiestan que la piña está constituida entre un 80 a 90% de agua en concordancia con el grado de madurez de la fruta, por lo cual el resultado obtenido del 87,29 % se encuentra incluido en este rango. Las frutas poseen un alto contenido de agua en donde se encuentran sustancias solubles como azúcares, sales, ácidos orgánicos, pigmentos solubles en agua y vitaminas. Las sustancias incapaces de disolverse en el agua, se dispersan coloidalmente en ella (Charley, 2011).

Definiciones matemáticas

Función de variable real

Según Espol (2006) es posible que la idea central en matemáticas sea el concepto de función. Al parecer, esta palabra fue introducida por Descartes en 1637. Para él, una función significaba tan solo cualquier potencia entera positiva de una variable x . Leonard Euler identificaba ecuación o fórmula que contuviera variables y constantes con la palabra función; esta idea es similar a la utilizada ahora en los cursos precedentes al cálculo. Posteriormente, el uso de funciones en el estudio de las

Recreación del proceso de deshidratación de la piña cayena como aplicación del cálculo diferencial a través de GeoGebra con fines didácticos

ecuaciones sobre el flujo de calor, condujo a una definición muy amplia gracias a Dirichlet, la cual describe a una función como una regla de correspondencia entre dos conjuntos de números reales.

Definición: Función de una variable real

Sean X y Y dos conjuntos no vacíos, subconjuntos de los números reales. Una función de variable real de X en Y es una regla de correspondencia que asocia a cada elemento de X un único elemento de Y . Esto se representa simbólicamente por:

$$f: X \rightarrow Y$$
$$x \rightarrow y = f(x)$$

A la variable x se le llama variable independiente y a la variable y se la conoce como variable dependiente.

De otra forma: Una relación R de A en B es función si y solo si el dominio de la relación es todo el conjunto de partida, y si a cada elemento del dominio le corresponde un único elemento en el rango. Simbólicamente esta definición se representa por:

$$\forall x \in A \forall y_1, y_2 \in B [(xRy_1) \wedge (xRy_2) \rightarrow (y_1 = y_2)]$$

Para denotar funciones usualmente se utiliza la letra f .

Definición: Dominio de una función de variable real

Sea f una función de variable real $f: X \rightarrow Y$. El conjunto X para el cual se encuentra definida, constituye el dominio de la función. Este conjunto se representa simbólicamente por $\text{dom } f$.

(Espol, 2006)

Definición: Recorrido de una función de variable real

Si f es una función de A en B entonces la gráfica de f es el conjunto de puntos o pares ordenados de $A \times B$, tales que sus coordenadas (x, y) pertenecen a f .

Definición de derivada

Recreación del proceso de deshidratación de la piña cayena como aplicación del cálculo diferencial a través de GeoGebra con fines didácticos

Derivada de una función de una variable es el límite de la razón del incremento de la función al incremento de la variable independiente cuando este tiende a cero, es decir:

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

(Granville et al, 1982).

Teorema de monotonía

Sea f una función continua y diferenciable en un intervalo I .

- Si $f'(x) > 0$ para todo $x \in]a, b[\subset I$, entonces f es creciente en $]a, b[$
- Si $f'(x) < 0$ para todo $x \in]a, b[\subset I$, entonces f es decreciente en $]a, b[$ (Galindo, 2011).

Teorema de concavidad de una función

Sea f una función dos veces diferenciable en un intervalo abierto que contiene a $x = x_0$. Entonces,

- Si $f''(x_0) > 0$, el gráfico de f es cóncavo hacia arriba en $(x_0, f(x_0))$
- Si $f''(x_0) < 0$, el gráfico de f es cóncavo hacia abajo en $(x_0, f(x_0))$

Criterio de la segunda derivada para determinar extremos relativos

Sea $x = x_0$ un punto crítico de una función f en la cual $f'(x_0) = 0$ y existe para todos los valores de x en algún intervalo abierto que contiene a x_0 ; Entonces, si $f'(x_0)$ existe

- Si $f''(x_0) < 0$, f tiene un valor máximo relativo en x_0
- Si $f''(x_0) > 0$, f tiene un valor mínimo relativo en x_0

Acerca de GeoGebra

Empezando por los atributos se destaca su constructividad, interactividad y su facilidad de uso y rapidez de respuesta, que ejercen una mayor influencia en la transformación positiva de las actitudes

Recreación del proceso de deshidratación de la piña cayena como aplicación del cálculo diferencial a través de GeoGebra con fines didácticos

relacionadas con los estudiantes. En lo referente a las ventajas del software, que constituye la puesta en práctica de la secuencia de enseñanza aprendizaje se destaca su función motivadora. La constructividad, ayuda a los estudiantes a sentirse activos (García, 2011).

Resultados y Discusión

Observación del fenómeno en la realidad.

Descripción: el proceso de deshidratación de la fruta se realizó en un equipo con normas técnicas utilizadas en la agroindustria, las características de la fruta antes del proceso de deshidratación también fueron descritas para que el estudiante se encuentre inmerso dentro de su línea de conocimiento más no para que intervengan en el análisis para la obtención de la curva de cinética de secado motivo de este trabajo. Es necesario que el estudiante comprenda que existen dos variables en la que la una depende de la otra la una es la variable independiente x que en este caso es el tiempo (h) y la otra es la variable dependiente y representada por la Humedad libre ($\text{KgH}_2\text{O/KgSS}$) que depende de las características especiales de cada fruta.



Figura 2. Finalización del proceso de deshidratación de la piña cayena
Fuente: elaboración propia.

Predicción: El estudiante debe predecir los resultados haciendo la relación de la variable independiente con la otra dependiente ¿Qué pasa al transcurrir el tiempo con la humedad de la fruta

Recreación del proceso de deshidratación de la piña cayena como aplicación del cálculo diferencial a través de GeoGebra con fines didácticos

dentro del deshidratador? ¿Crece? o ¿Decrece?, en este proceso obviamente decrece y luego surge la pregunta ¿Hasta qué cantidad de humedad?, esta última surge de la necesidad de indicarle al estudiante que en la deshidratación de frutas el porcentaje de humedad no es posible reducirle a cero pues depende de las características de la fruta pero existe un elemento llamado actividad de agua el cual determina que la fruta no puede ser atacado por microorganismos; como no puede llegar a cero entonces existe un punto mínimo de humedad-tiempo, luego del cual el proceso ya no puede reducir el porcentaje de humedad en el transcurso del tiempo. Tal vez en el instante en que el estudiante tome las asignaturas básicas no conoce de esto, sin embargo, él va asumir que el estudio de las matemáticas tiene significado.

Verificación: Luego del proceso se verifica que en realidad la fruta ha perdido humedad (verFig.2).

Aproximación al tipo de gráfica que se producirá al relacionar las magnitudes que varían:

Con el estudiante se puede aproximar que la gráfica cualquiera que sea va a tener en su dominio un intervalo decreciente que se ajusta al proceso de pérdida de humedad en función del transcurso del tiempo en horas.

Registro de los datos en una tabla y análisis de la información suministrada:

Utilizamos GeoGebra (Fig.3) para la tabulación de los datos. Cada uno de los datos proviene del promedio de las 20 muestras o repeticiones. Visualización de la gráfica formada por el conjunto de valores registrados y análisis de la misma: Se realiza la gráfica con los valores y se observa en forma bien definida el proceso de secado.

Recreación del proceso de deshidratación de la piña cayena como aplicación del cálculo diferencial a través de GeoGebra con fines didácticos

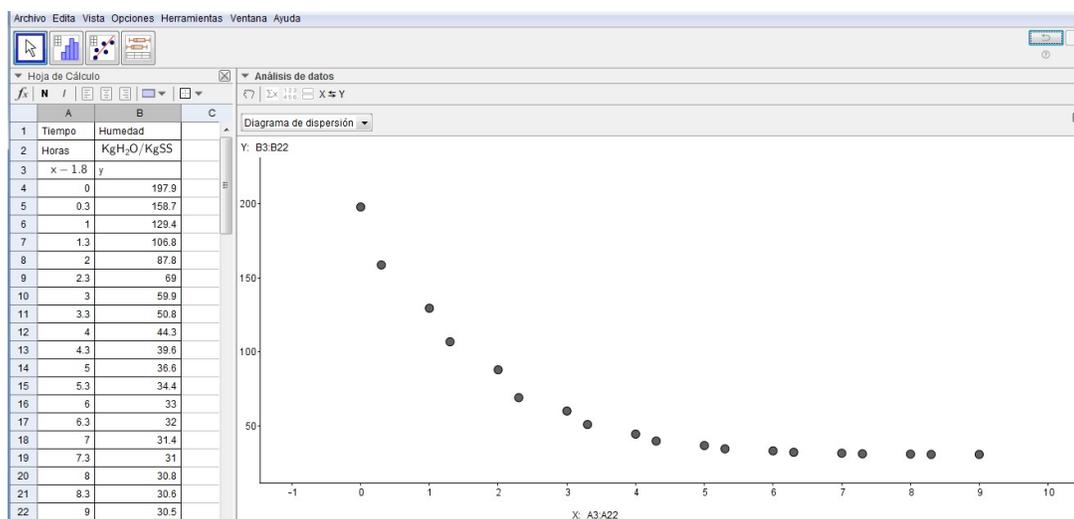


Figura 3: Registro de datos Humedad-Tiempo en GeoGebra

Fuente: elaboración propia.

Relación entre los registros tabular y gráfico: De acuerdo a la definición de función los datos que corresponden al conjunto de partida X están dentro del conjunto de los números reales, de la misma forma el conjunto de llegada Y también está dentro de los números reales, y la relación entre las dos variables es uno a uno, es decir que a cada elemento del conjunto de partida le corresponde uno y solo un elemento del conjunto de llegada.

Aproximación a la expresión algebraica que mejor relaciona las variables: Una vez obtenido los resultados respecto a la humedad libre (KgH₂O/KgSS) y tiempo de secado, mediante el análisis de regresión para el ajuste de curvas se obtuvo la ecuación polinómica como se observa en la Fig. 4.

Recreación del proceso de deshidratación de la piña cayena como aplicación del cálculo diferencial a través de GeoGebra con fines didácticos

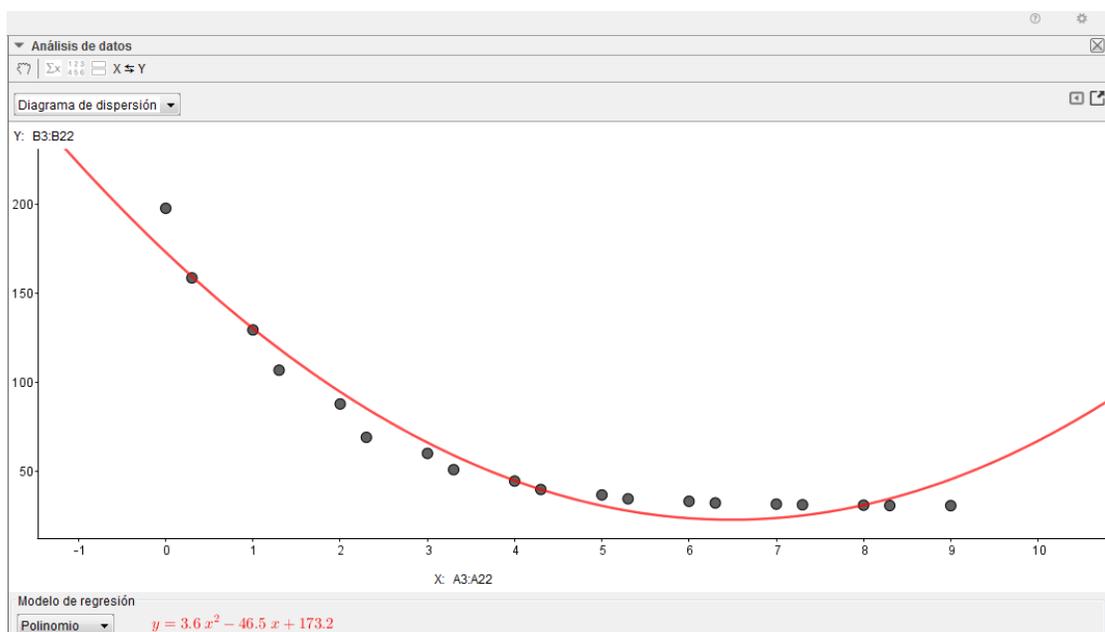


Figura 4: Curva de velocidad de secado $f(x)=3.6 x^2-46.5x+173.2= (18x^2) /5-93x/2+866/5$

Fuente: elaboración propia.

La Fig. 5 ilustra la curva de secado con tendencia polinómica $f(x)=3.6 x^2-46.5x+173.2= (18x^2) /5-93x/2+866/5$. En un análisis preliminar en la gráfica se observa la pérdida de humedad de la fruta en función al tiempo de secado, se puede inducir que hay un precalentamiento (en la realidad es de 63 °C) porque la humedad libre empieza a disminuir inmediatamente luego del inicio del proceso. La gráfica indica además que la velocidad de secado no es constante durante todo el proceso debido a que la función es polinómica de segundo grado y va a variar según transcurre el tiempo (corresponde indicar que la velocidad sería constante si la función fuera polinómica de grado uno, es decir lineal). García et al. (2013), argumentan que en el inicio del intervalo ocurre la mayor pérdida de masa en la fruta deshidratada por este método. Al final del proceso la humedad es menor y es en el intervalo de entre la sexta y séptima hora en la que existe un valor mínimo de humedad libre luego de lo cual ya no hay pérdida de humedad. Pero sin embargo no hay suficiente agua en la superficie para mantener el valor de actividad de agua (a_w) en un valor cercano a uno. La cantidad de agua eliminada en este

Recreación del proceso de deshidratación de la piña cayena como aplicación del cálculo diferencial a través de GeoGebra con fines didácticos

periodo es baja y el tiempo requerido para este proceso es elevado. Según Mauppey, Andrés, Barat y Albors (2016) el primer objetivo de la operación de secado en cuanto al aumentar la estabilidad del producto se define en términos de depresión de la actividad de (a_w) y no en términos del contenido de humedad puesto que la a_w puede ser considerada una medida indirecta del agua que está disponible en un producto para participar en las reacciones del deterioro.

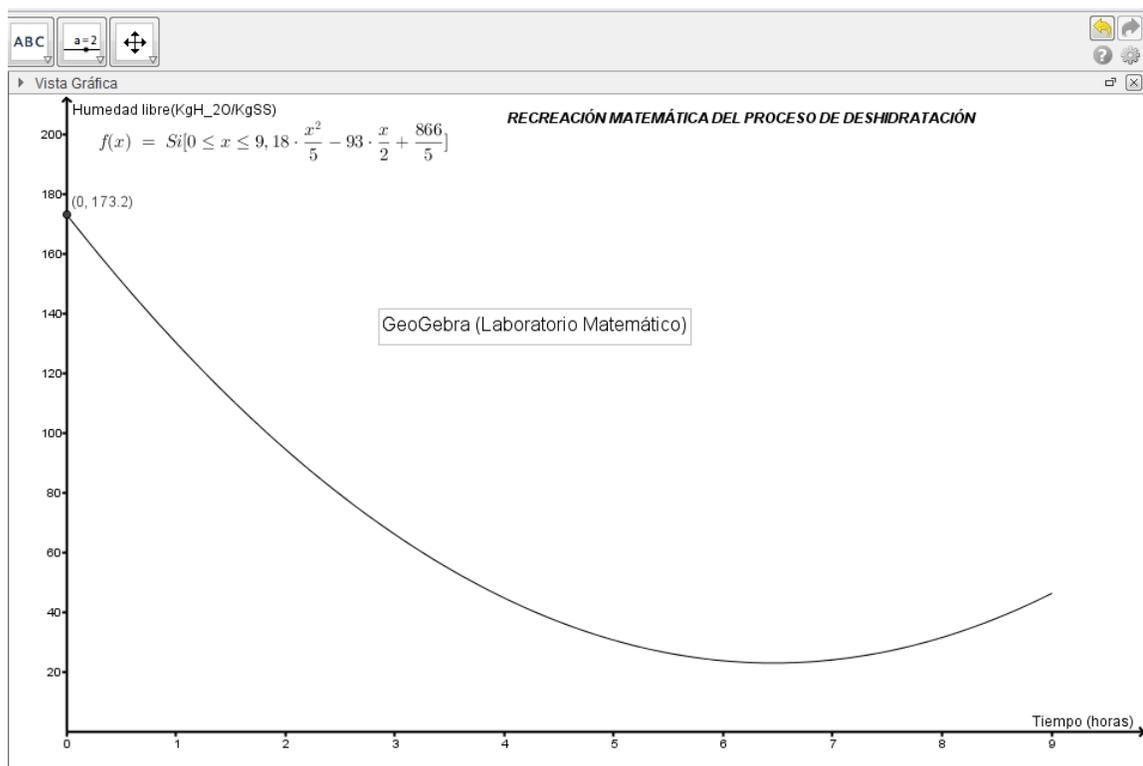


Figura 5. Función polinómica que permitirá recrear el proceso de deshidratación

Fuente: elaboración propia.

Análisis de la función y de su relación con el fenómeno en estudio: La función obtenida en el análisis de regresión y expuesta en la **Fig. 5** tomando en consideración de acuerdo a lo expuesto anteriormente se puede definir como una función que como conjunto de partida toma un intervalo $I[0,9]$ que se refiere al tiempo (horas) dentro de los números reales. Su recorrido (Se definirá cuando se halle el

Recreación del proceso de deshidratación de la piña cayena como aplicación del cálculo diferencial a través de GeoGebra con fines didácticos

valor mínimo) es un intervalo de números reales que representan la Humedad libre $KgH_2O/KgSS$. Entonces de acuerdo a la definición es una función de una variable real.

Sean X (Horas) y Y (Humedad libre) dos conjuntos no vacíos, subconjuntos de los números reales. Esta función de variable real tiene una regla una regla de correspondencia que asocia a cada elemento de X un único elemento de Y . Esto se representa simbólicamente por:

$$f(x) = 3.6x^2 - 46.5x + 173.2 \frac{18x^2}{5} - \frac{93x}{2} + \frac{866}{5}$$

A la variable x se le llama variable independiente (Tiempo de deshidratación en horas) y a la variable y se la conoce como variable dependiente (Humedad libre en $(KgH_2O/KgSS)$)

De otra forma: Una relación R de X en Y es función si y solo si el dominio de la relación es todo el conjunto de partida, y si a cada elemento del dominio le corresponde un único elemento en el recorrido. Simbólicamente esta definición se representa por:

$\forall x \in A \forall y_1, y_2 \in B [(xRy_1) \wedge (xRy_2) \rightarrow (y_1 = y_2)]$ que en forma más simple se dice que la trazar una línea vertical paralela al eje y y corta en un punto entonces es una función.

De acuerdo a la definición de derivada de una función de una variable es el límite de la razón del incremento de la función al incremento de la variable independiente cuando este tiende a cero, es decir:

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Si se observa la definición se debe comprender que dy es la variación de la humedad libre respecto a dx que es la variación del tiempo de deshidratación, es decir si lo relacionamos con el fenómeno que estamos estudiando, la derivada de f que es f' es la velocidad con que la fruta se deshidrata con el equipo de deshidratación descrito de acuerdo a sus normas técnicas y también de acuerdo a las características específicas de la piña también ya descritas.

Entonces de acuerdo a las reglas de derivación tenemos que:

$$f'(x) = \frac{72x - 465}{10}$$

Recreación del proceso de deshidratación de la piña cayena como aplicación del cálculo diferencial a través de GeoGebra con fines didácticos

Esta función derivada permite calcular la velocidad de deshidratación en ($KgH_2O/KgSS$ /hora) para cualquier valor del intervalo $I[0,9]$, que constituye el dominio de la función es decir el tiempo en que ha tenido lugar el proceso de deshidratación.

De acuerdo al teorema de monotonía f es una función continua y diferenciable en el intervalo $I[0,9]$, debido a que se trata de una función polinómica.

- Si $f'(x) > 0$ para todo $x \in]a, b[\subset I$, entonces f es creciente en $]a, b[$
- Si $f'(x) < 0$ para todo $x \in]a, b[\subset I$, entonces f es decreciente en $]a, b[$. Tomando en consideración este teorema tenemos lo siguiente:

$$f'(x) = f'(x) = \frac{72x - 465}{10} > 0$$

$$x > \frac{13}{2}$$

Esto significa que la función es creciente en el intervalo $]\frac{13}{2}; 9]$

$$f'(x) = \frac{72x - 465}{10} < 0$$

$$x < \frac{13}{2}$$

Entonces la función es decreciente en el intervalo $[0; \frac{13}{2}[$; a medida que el tiempo transcurre la humedad libre disminuye.

Teorema de concavidad de una función

Sea f una función dos veces diferenciable en un intervalo abierto que contiene a $x = x_0$. Entonces,

- Si $f''(x_0) > 0$, el gráfico de f es cóncavo hacia arriba en $(x_0, f(x_0))$
- Si $f''(x_0) < 0$, el gráfico de f es cóncavo hacia abajo en $(x_0, f(x_0))$

De acuerdo a este teorema la segunda derivada es:

$$f'' = \frac{36}{5} > 0, \text{ se demuestra que el gráfico de } f \text{ es cóncavo hacia arriba}$$

Recreación del proceso de deshidratación de la piña cayena como aplicación del cálculo diferencial a través de GeoGebra con fines didácticos

Criterio de la segunda derivada para determinar extremos relativos

Sea $x = x_0$ un punto crítico de una función f en la cual $f'(x_0) = 0$ y existe para todos los valores de x en algún intervalo abierto que contiene a x_0 ; Entonces, si $f'(x_0)$ existe

- Si $f''(x_0) < 0$, f tiene un valor máximo relativo en x_0
- Si $f''(x_0) > 0$, f tiene un valor mínimo relativo en x_0

Determinamos el punto crítico, esto es:

$$f'(x) = \frac{72x - 465}{10} = 0$$
$$x_0 = \frac{13}{2}$$

Luego, $f'' = \frac{36}{5} > 0$ esto indica que tiene un mínimo relativo, es decir: El mínimo relativo es

$(\frac{13}{2}; f(\frac{13}{2}))$; entonces $(\frac{13}{2}; 23)$

Velocidad de secado

En la Fig.6 se puede observar que cuando el tiempo es de 0 horas reemplazando en

$f(x) = \frac{18x^2}{5} - \frac{93x}{2} + \frac{866}{5}$ la humedad libre es $f(0) = 173.2 \text{ KgH}_2\text{O}/\text{KgSS}$ y la velocidad de secado

se calcula con la primera derivada, esto es:

$$f'(x) = \frac{72x - 465}{10}$$
$$f'(0) = -46.5 \frac{\text{KgH}_2\text{O}}{\text{KgSS} * \text{hora}}$$

La pendiente de la recta en $x = 0$ es la velocidad de secado por lo que a través de ella se puede ver como varía.

Recreación del proceso de deshidratación de la piña cayena como aplicación del cálculo diferencial a través de GeoGebra con fines didácticos

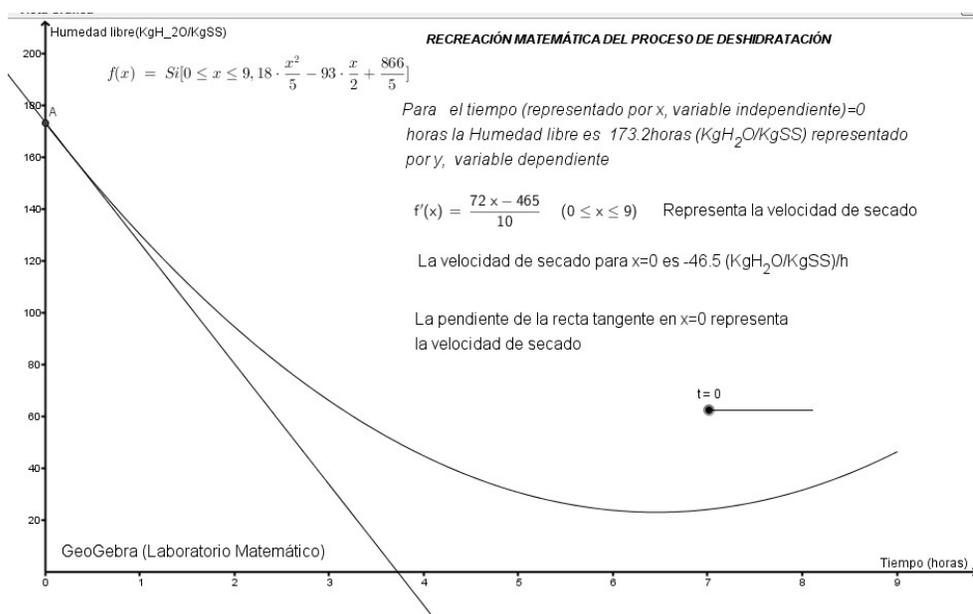


Figura 6. Inicio de la recreación del proceso de deshidratación en GeoGebra

Fuente: Elaboración propia.

La Fig. 7 muestra el estado de deshidratación luego de una hora, la humedad libre ha disminuido a $f(1) = 130.3 \text{ KgH}_2\text{O/KgSS}$, también la velocidad de

Secado

$$f'(x) = \frac{72x - 465}{10}$$

$$f'(1) = -136.83 \frac{\text{KgH}_2\text{O}}{\text{KgSS} \cdot \text{hora}}$$

Recreación del proceso de deshidratación de la piña cayena como aplicación del cálculo diferencial a través de GeoGebra con fines didácticos

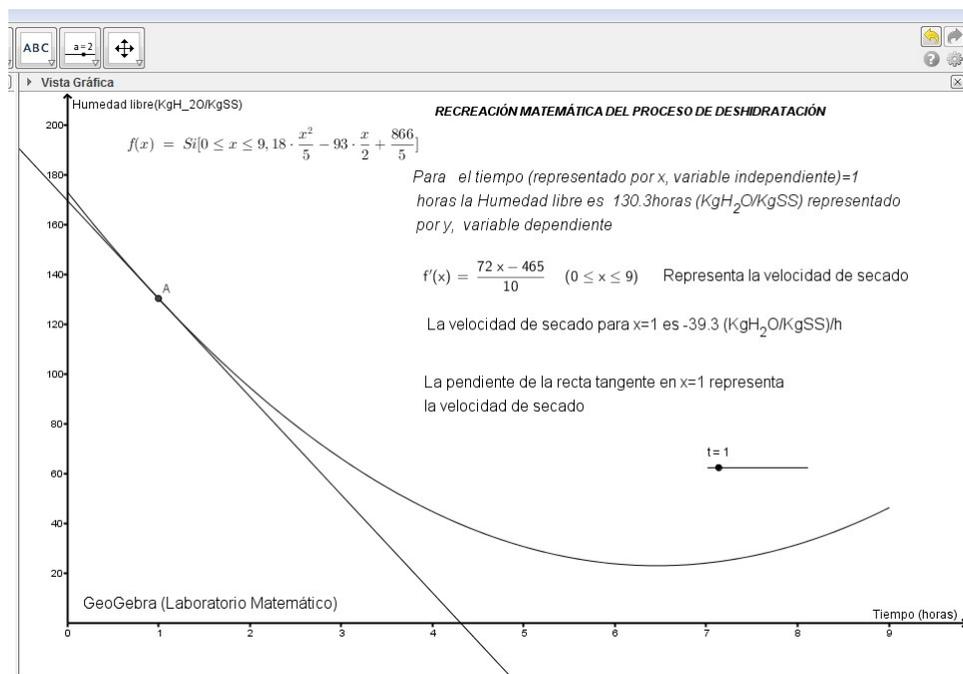


Figura 7. Proceso de deshidratación luego de 1 hora

Fuente: elaboración propia.

El tiempo es de 2 horas y se observa en la figura 8, la humedad libre ha disminuido a

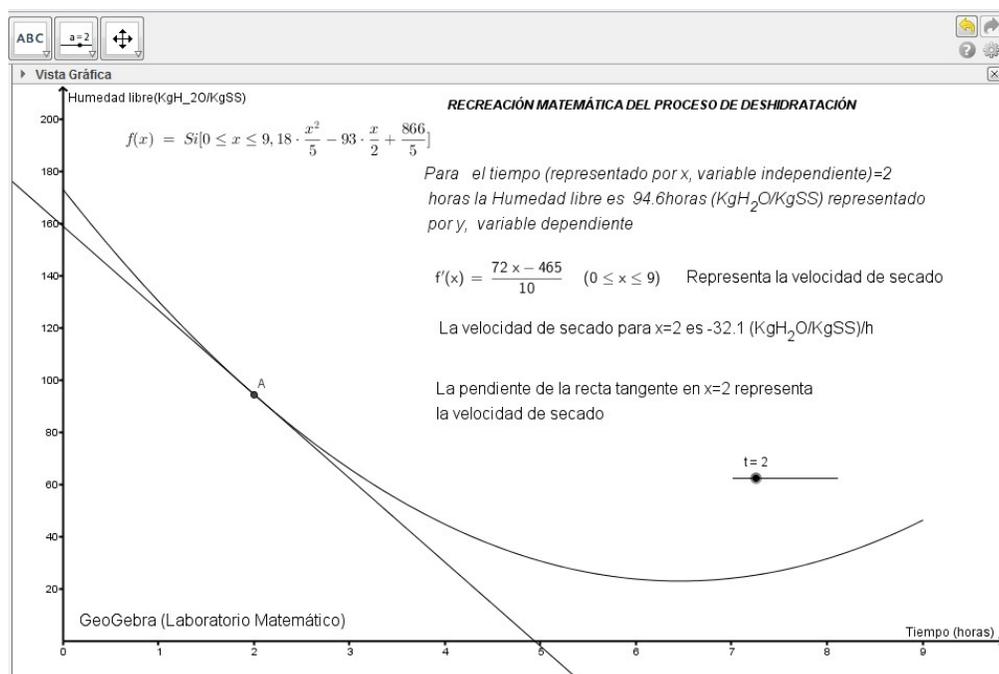
$f(2) = 94.6 \text{ KgH}_2\text{O/KgSS}$ y la velocidad de secado se calcula con la primera derivada, esto es:

$$f'(x) = \frac{72x - 465}{10}$$

$$f'(2) = -32,1 \frac{\text{KgH}_2\text{O}}{\text{KgSS} * \text{hora}}$$

Recreación del proceso de deshidratación de la piña cayena como aplicación del cálculo diferencial a través de GeoGebra con fines didácticos

Figura
Proceso



8.
de

deshidratación luego de 2 horas
Fuente: elaboración propia.

Luego, en la **Fig. 9** se hace el análisis en conjunto desde 3 horas hasta 7 horas del proceso, tabulado en la tabla 1.

Recreación del proceso de deshidratación de la piña cayena como aplicación del cálculo diferencial a través de GeoGebra con fines didácticos

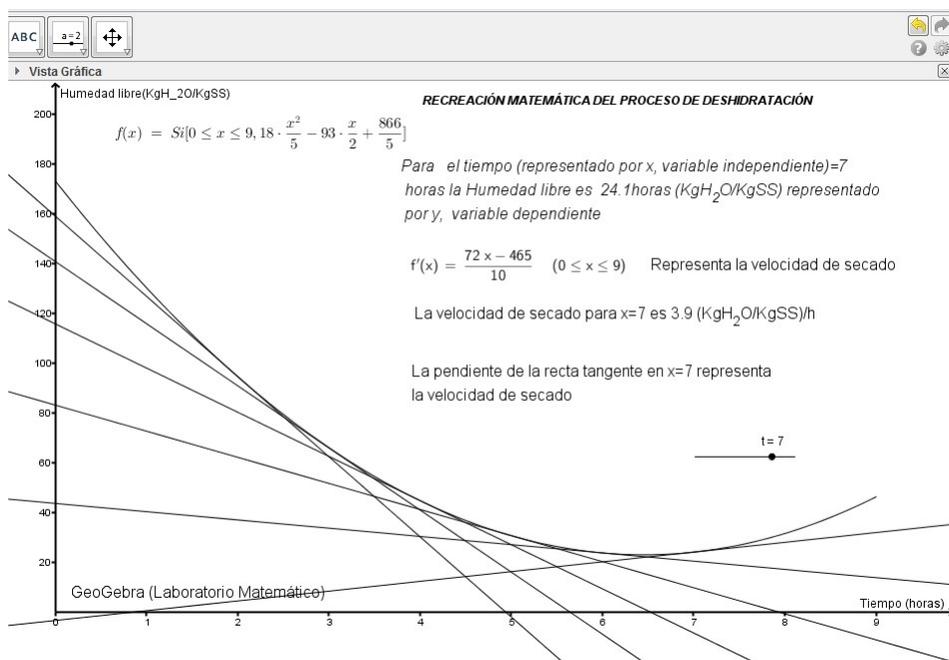


Figura 9. Proceso de deshidratación de 3-7 horas
Fuente: elaboración propia.

Humedad libre ($\text{KgH}_2\text{O/KgSS}$): $f(x) = \frac{18x^2}{5} - \frac{93x}{2} + \frac{866}{5}$	Velocidad de secado $\frac{\text{KgH}_2\text{O}}{\text{KgSS} \cdot \text{hora}}$ $f'(x) = \frac{72x - 465}{10}$
$f(3) = 66.1$	$f'(3) = -24.9$
$f(4) = 44.8$	$f'(4) = -17.7$
$f(5) = 30.7$	$f'(5) = -10.5$
$f(6) = 23.8$	$f'(6) = -3.3$
$f(7) = 24.1$	$f'(7) = 3.9$

Tabla 1. Disminución de la humedad libre, decrecimiento y crecimiento de la velocidad de secado
Fuente: elaboración propia.

Puede observarse que entre $f(6) = 23.8$; $f(7) = 24.1$ en vez de seguir disminuyendo aumenta, que constituye una pequeña distorsión del modelo, sin embargo nos permite determinar el valor mínimo, consecuentemente en la enseñanza se puede indicar que también $f'(6) = -3.3$ es negativo, $f'(7) = 3.9$ es positivo de acuerdo al criterio de la primera derivada tenemos un valor mínimo.

Recreación del proceso de deshidratación de la piña cayena como aplicación del cálculo diferencial a través de GeoGebra con fines didácticos

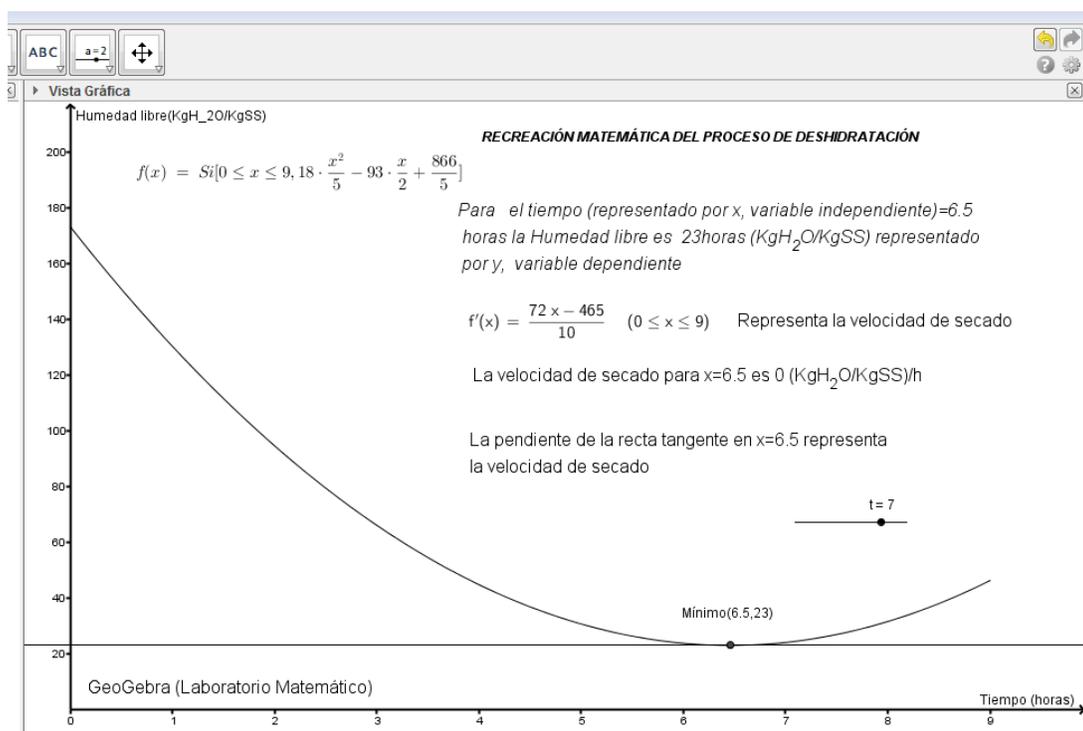


Figura 10. Reducción mínima de la humedad libre, pendiente nula
Fuente: elaboración propia.

Como se observa en la Fig. 10 el tiempo óptimo de deshidratación es de 6.5 horas, luego de lo cual por las características de la fruta no se puede deshidratar más, sin embargo, debido a que existe mínima actividad de agua como se explicó antes, ya no existe deterioro de la fruta, en conclusión, con el equipo de deshidratación descrito se requiere únicamente 6,5 horas y no se puede reducir a más de 23 de Humedad libre, y el modelo matemático que describe el proceso es entonces:

$$f: [0,9] \rightarrow [23, \frac{866}{5}]$$

$$x \rightarrow y = f(x) = \frac{18x^2}{5} - \frac{93x}{2} + \frac{866}{5}$$

Recreación del proceso de deshidratación de la piña cayena como aplicación del cálculo diferencial a través de GeoGebra con fines didácticos

Luego de este proceso se puede decir que el aprendizaje es significativo porque de acuerdo al triángulo instruccional que es la concepción de los procesos de aprendizaje de contenidos resulta insuficiente para dotar a los estudiantes de los instrumentos que permitan atender adecuadamente los fines que demanda la sociedad. De este modo la noción de competencia ha venido a sustituir, sin elidir, los aprendizajes de contenidos y el logro de objetivos que clásicamente han guiado los procesos de enseñanza y aprendizaje. Esta noción, de manera muy simple, viene a expresar que lo que la sociedad demanda de los individuos son ciertas capacidades o potencialidades que les posibilite actuar eficazmente en un contexto determinado, de manera que una “persona competente” es aquella que en situaciones diversas, complejas e impredecibles, pone en movimiento, aplica e integra los conocimientos declarativos, procedimentales y causales que ha adquirido. Por lo tanto, la competencia se basa en los conocimientos, pero no se reduce a ellos (Serrano y Pons, 2011).

Es importante también anotar otros enfoques en el que se sugiere que el aprendizaje modifica las estructuras del cerebro, se producen cambios fisiológicos al adquirir el conocimiento, pero estas estructuras nuevas se van ordenando según tengan significado, la búsqueda de significado ocurre por procesos de ordenamiento mental, el cerebro humano aprende una vez que es capaz de organizar la información y categorizarla.

En el proceso de ordenamiento el cerebro trata de buscar significado para trazar patrones de ordenamiento y se resiste a formar estos patrones si no encuentra ese significado. La información con la que el cerebro no puede formar patrones, la información sin significado, es información aislada y parcial acerca de algo que no aporta sentido al resto de información y por ello, queda en un estado perentorio de rápida extinción. La elección de la información adecuada para la formación de patrones no es, en general, deliberada. En este sentido, no podemos llevar el tipo de vida que llevamos, en los entornos físicos y los medios sociales que han llegado a conformar el hábitat del ser humano, sin una deliberación reflexiva y consciente (Molina et al, 2017).

En el mismo contexto, se requiere fortalecer los métodos educativos con el propósito de potencializar el Talento y la capacidad innovadora mediante el estímulo de las múltiples inteligencias del individuo

Recreación del proceso de deshidratación de la piña cayena como aplicación del cálculo diferencial a través de GeoGebra con fines didácticos

en el marco de un aprendizaje significativo, en donde se formen la capacidad de observación, el descubrimiento, El sentido crítico y la resolución de problemas y la comprensión (Cuesta, 2009).

Conclusiones

Se propone que al enseñar cálculo diferencial, se integre la didáctica, el constructivismo, la neurodidáctica u otras tendencias que se deben utilizar para un aprendizaje significativo, esto es estudiar los teoremas, reglas y resolución de ejercicios con un rigor adecuado, de tal forma que se pueda articular esos conocimientos con las asignaturas profesionales que se relacionen con la investigación y software matemático con el propósito de obtener un aprendizaje con significado que modifique las estructuras mentales, las ordene y este conocimiento sea duradero.

Se puede concluir que la matemática es un lenguaje con el que se puede recrear procesos realizados en laboratorios o en la vida real con la ayuda de software matemático, en este trabajo se ha utilizado GeoGebra como un laboratorio matemático que permite reproducir los fenómenos.

Referencias Bibliográficas

- D Arias, C., & Toledo, J. (2007). Manual de manejo póst cosecha de frutas tropicales. Italia, Organización de las Naciones Unidas para la Agricultura y la Alimentación (FAO).
- Barahona, F., barera, O., & Byron, V. (2015). GeoGebra para la enseñanza de la matemática y su incidencia en el rendimiento académico estudiantil. *Revista Tecnológica Espol-RTE*, 28 (5), 121-132.
- Bosch, H., Di Blasi, M., Pelem, M., Bergero, M., Carvajal, L., & Geromini, N. (2011). Nuevo paradigma pedagógico para enseñanza ciencias y matemática. *Avances en ciencia e ingeniería*, 2 (3), 131-140.
- Charley, H. (2011). Agua. En H. Charley, *Tecnología de Alimentos*. México, LIMUSA, S.A.
- Criollo, J, & Barahona, F. A. (2016). Implementación de un deshidratador de materia prima vegetal alimentario en la Facultad de Ciencias Pecuarias de la Epoch. Riobamba, Escuela Superior politécnica de Chimborazo.
- Cuesta, J. (2009). Neurodidáctica y estimulación del potencial innovador para la competitividad en el tercer milenio. *Revista Educación y Desarrollo Social*, 3 (2), 28-35.

Recreación del proceso de deshidratación de la piña cayena como aplicación del cálculo diferencial a través de GeoGebra con fines didácticos

- ESPOL, E. S. (2006). Fundamentos de matemática para bachillerato. Guayaquil: Comité editorial de la ESPOL.
- Fernández, D., Muñiz, S., García, A y Fernández, D. (2015). Cinética de secado de fruta bomba mediante los métodos de deshidratación osmótica y por flujo de Aire Caliente. *Revista Ciencias Técnicas Agropecuarias*, 24 (1), 22-28.
- Fiallo, J., & Sandra, P. (2014). Curso de precálculo apoyado en el uso de GeoGebra para el desarrollo del pensamiento variacional. *Revista científica*, 20, 56-71.
- Galindo, E. (2011). Matemáticas superiores, cálculo diferencial e integral. Quito: Prociencia editores.
- García, A., Muñiz, S., Hernández, A., L, G., & Fernández, L. (2013). Análisis comparativo de la cinética de deshidratación osmótica y por flujo de aire caliente de la piña. *Ciencias técnicas agropecuarias*, 22 (1), 62-69.
- García, M. (2011). Introducción de actitudes y competencias matemáticas en estudiantes de secundaria al introducir GeoGebra en el aula. Tesis doctoral. Universidad de Almería.
- García, Y., Pérez, J., & García, A. (2011). Determinación de las propiedades de calidad de la piña (Ananás Comosus) variedad Cayena Lisa almacenada a temperatura ambiente. *Ciencias Técnicas Agropecuarias*, 20 (1), 62-65.
- Granville, W., Smith, P., & Longley, W. (1982). *Cálculo Diferencial e Integral* Ginn and Company. Boston: Ginn and Company.
- Molina, j., Parra, M., & Casnova, G. (2017). Neurodidáctica aplicada al aula en el contexto universitario. *Redes colaborativas en torno a la docencia universitaria*, 113-125.
- Montero, M., & Cerdas, M. (2005). Guías técnicas del manejo poscosecha para el mercado fresco: Piña. Ecuador: Ministerio de agricultura y ganadería.
- Pavón, J., Zulmary, N., & Gómez, C. (2015). Modelación Matemática y GeoGebra en el desarrollo de competencias de jóvenes investigadores. *Revista Logos Ciencia y tecnología*, 5 (2), 289-297.
- Rodríguez, J; Narváez, C y Restrepo, L. (2006). Estudio de la actividad enzimática de poligalacturonasa en la corteza de pitaya amarilla. *Acta biol. Colombiana*. 11 (1), 65-74

Recreación del proceso de deshidratación de la piña cayena como aplicación del cálculo diferencial a través de GeoGebra con fines didácticos

Serrano, J., & Pons, R. (2011). El constructivismo hoy: enfoques constructivistas en educación. Revista electrónica de investigación educativa, 13(1), 1-27.

Anexo 3. Cuadro resumen de descenso de humedad de 20 piñas *cayena lisa* con respecto al tiempo

Repeticiones	0 h	0,30	1,00	1,30	2,00	2,3 0	3,0 0	3,3 0	4,0 0	4,3 0	5,0 0	5,3 0	6,0 0	6,3 0	7,0 0	7,3 0	8,0 0	8,3 0	9,0 0
P1	211,6	170,5	138,9	115,0	94,0	76,2	62,0	50,9	43,1	37,8	34,0	31,6	30,1	29,2	28,8	28,6	28,4	28,3	28,3
P2	215,2	175,4	144,6	120,1	100,5	84,1	70,8	60,4	52,7	47,3	43,4	40,7	38,7	37,5	36,8	36,3	36,0	35,8	35,6
P3	191,6	151,6	122,9	100,2	81,2	66,3	54,4	45,8	39,8	36,8	33,5	31,8	30,9	30,3	30,0	29,8	29,6	29,4	29,4
P4	232,4	192,8	158,9	131,8	108,9	89,9	74,5	61,5	52,2	45,2	40,5	37,0	35,0	33,7	33,0	32,6	32,3	32,1	32,0
P5	190,3	155,1	129,2	107,4	88,0	72,0	58,4	49,4	41,6	36,6	32,6	30,1	28,6	27,7	27,1	26,7	26,5	26,4	26,4
P6	228,4	183,4	152,0	127,1	105,8	88,6	74,7	63,7	56,4	51,1	46,1	42,4	40,5	39,1	38,1	37,5	37,1	36,8	36,7
P7	174,7	137,0	107,3	83,5	65,2	50,4	40,7	33,9	29,4	26,7	25,3	24,8	24,3	24,3	24,1	24,0	24,0	24,0	24,0
P8	204,9	167,1	136,7	112,4	91,1	73,7	59,1	48,6	41,1	35,8	32,0	29,4	27,6	26,4	25,7	25,3	25,2	25,0	25,0
P9	176,7	134,3	103,9	79,9	62,0	48,9	39,4	33,0	29,1	26,6	25,3	24,5	24,7	23,7	23,5	23,4	23,3	23,2	23,2
P10	182,6	144,8	119,0	100,8	84,6	71,5	60,9	52,2	46,5	41,5	38,6	36,4	34,9	33,8	33,1	32,5	32,1	31,7	31,5
P11	200,3	166,0	141,5	122,8	107,3	93,6	81,9	72,5	64,5	57,4	52,6	48,3	44,9	41,8	39,6	38,6	37,8	37,6	37,6
P12	195,4	158,0	130,4	109,3	92,5	77,2	65,9	56,9	49,9	44,2	40,3	37,3	35,3	33,8	32,8	32,2	31,8	31,5	31,4
P13	182,8	143,5	115,2	94,8	77,5	62,8	50,2	44,4	39,6	36,8	35,0	34,1	33,5	33,1	32,9	32,7	32,5	32,4	32,4
P14	209,4	170,5	142,0	118,6	98,2	81,3	67,7	55,8	48,3	42,7	39,0	36,6	35,1	34,1	33,6	33,3	33,0	32,9	32,9
P15	170,8	134,6	105,4	84,4	67,4	54,2	44,7	38,3	34,6	32,3	31,1	30,3	29,9	29,6	29,4	29,2	29,1	29,0	28,9
P16	192,8	153,0	121,4	97,6	77,5	61,8	50,3	42,3	37,2	33,6	31,6	30,1	29,2	28,7	28,4	28,1	28,0	27,8	27,8
P17	228,0	185,4	154,9	130,3	108,7	91,6	76,7	64,8	57,4	50,7	47,5	44,5	42,4	41,0	39,5	39,0	38,6	38,6	38,6
P18	194,5	152,5	123,9	101,8	84,9	70,4	58,2	49,0	42,5	37,7	34,5	32,5	31,2	30,4	29,9	29,6	29,4	29,2	29,1
P19	188,4	149,3	119,4	97,8	79,8	65,1	54,2	46,9	41,8	38,2	36,0	34,6	33,8	33,2	32,9	32,6	32,4	32,3	32,3
P20	187,7	149,9	121,0	99,8	81,0	66,5	53,8	45,5	39,0	35,0	32,1	30,4	29,2	28,6	28,1	27,9	27,7	27,5	27,5

FUENTE: Criollo ESPOCH (2016)