Ciencias técnicas y aplicadas

Artículo de investigación

***Superficies óptimas de diferentes formas geométricas para desmaterializar la producción***

***Optimal surfaces of different geometric shapes to dematerialize production***

***Superfícies ótimas de diferentes formas geométricas para desmaterializar a produção***

Olga Beatriz Barrera-Cárdenas II

obarrera@espoch.edu.ec

http://orcid.org/0000-0002-9708-5105

Fredy Rodrigo Barahona-Avecilla I

fbarahona@unach.edu.ec

http://orcid.org/0000-0002-9969-5353

Luis Fernando Buenaño-Moyano IV

lfbuenanio@espoch.edu.ec

https://orcid.org/0000-0002-2194-4102

Celin Abad Padilla-Padilla III

c\_padilla@espoch.edu.ec

https://orcid.org/0000-0002-2241-5421

**Correspondencia:** fbarahona@unach.edu.ec

**\*Recibido:** 22 de mayo del 2021 **\*Aceptado:** 20 de junio del 2021 **\* Publicado:** 05 de julio del 2021

1. Magister en Matemática Básica, Universidad Nacional de Chimborazo, Facultad de Ingeniería, Riobamba, Ecuador.
2. Magíster en Matemática Básica, Magister en Docencia Universitaria e Investigación Educativa, Especialista en Computación Aplicada al Ejercicio Docente, Doctora en Matemáticas, Escuela Superior Politécnica de Chimborazo, Facultad de Mecánica, Carrera de Ingeniería Automotriz, Riobamba, Ecuador.
3. Magíster en Diseño Mecánico Mención en Fabricación de Autopartes de Vehículos, Máster en Ingeniería de Vehículos Híbridos y Eléctricos, Ingeniero Automotriz, Escuela Superior Politécnica de Chimborazo, Facultad de Mecánica, Carrera de Ingeniería Automotriz, Riobamba, Ecuador.
4. Magíster en Gestión del Mantenimiento Industrial, Ingeniero Automotriz, Escuela Superior Politécnica de Chimborazo, Facultad de Mecánica, Carrera de Ingeniería Automotriz, Riobamba, Ecuador.

**Resumen**

En este trabajo, con la ayuda de las ecuaciones pertinentes y el software matemático se realizó una comparación de la medida de superficie de los cuerpos geométricos para un determinado volumen, entre estos están los poliedros, el cilindro y los prismas de base poligonal regular, el cono y las pirámides de base poligonal regular y algunas superficies de revolución como el paraboloide y el hiperboloide, con respecto a la más óptima es decir la de menor medida de superficie la esfera. Como resultado se registró que el Hiperboloide de una hoja es el de mayor medida de superficie. Adicionalmente se encontró que el cilindro y los prismas, así como el cono y las pirámides tienen proporcionalidades entre el radio de la base del cilindro y la medida de la arista de una base poligonal de n lados o el radio de la base del cono y la medida de la arista de la base poligonal de n lados que permitieron construir la tabla 3 y tabla 4. Este resultado permite dentro de la ingeniería proyectar de una manera rápida cuerpos geométricos óptimos, de manera que se pueda diseñar elementos respetando el ambiente, es decir utilizando solo los recursos necesarios y evitando reciclar mayor cantidad de materiales.

**Palabras clave:** Volumen; superficie; optimización; recursos; producción.

**Abstract**

In this work, with the help of the pertinent equations and mathematical software, a comparison of the surface measurement of the geometric bodies for a given volume was made, among these are the polyhedra, the cylinder and the regular polygonal-based prisms, the cone and pyramids with a regular polygonal base and some surfaces of revolution such as the paraboloid and the hyperboloid, with respect to the most optimal, that is, the sphere with the smallest surface area. As a result, it was recorded that the Hyperboloid of a leaf is the one with the largest surface area. Additionally, it was found that the cylinder and prisms, as well as the cone and pyramids have proportionalities between the radius of the cylinder base and the edge measure of a polygonal base with n sides or the radius of the cone base and the Measurement of the edge of the n-sided polygonal base that allowed the construction of table 3 and table 4. This result allows within engineering to quickly project optimal geometric bodies, so that elements can be designed respecting the environment, that is, using only the necessary resources and avoiding recycling more materials.

**Keywords:** Volume; surface; optimization; resources; Production.

**Resumo**

Neste trabalho, com o auxílio das equações pertinentes e de softwares matemáticos, foi feita uma comparação das medidas de superfície dos corpos geométricos para um determinado volume, entre estes estão os poliedros, o cilindro e os prismas regulares de base poligonal, o cone e pirâmides com base poligonal regular e algumas superfícies de revolução como o parabolóide e o hiperbolóide, em relação ao mais ótimo, ou seja, a esfera com a menor área de superfície. Como resultado, foi registrado que o hiperbolóide de uma folha é aquele com a maior área de superfície. Adicionalmente, verificou-se que o cilindro e prismas, assim como o cone e as pirâmides possuem proporcionalidades entre o raio da base do cilindro e a medida da borda de uma base poligonal com n lados ou o raio da base do cone e a Medida do borda da base poligonal de n lados que permitiu a construção da tabela 3 e da tabela 4. Este resultado permite dentro da engenharia projetar rapidamente corpos geométricos ótimos, de forma que os elementos possam ser projetados respeitando o meio ambiente, ou seja, utilizando apenas os recursos necessários e evitando reciclar mais materiais.

**Palavras-chave:** Volume; superfície; otimização; meios; Produção.

Introducción

Los insumos requeridos para la industrialización de bienes según (Filippone et all., 2005) tienen un rendimiento muy bajo, enfrentar la contaminación para un desarrollo sostenible debe proponer la desmaterialización de la producción; es decir: maximizar la producción con menos materiales.

Ecoembes (2005, como se citó Filippone et all., 2005) el destino de los envases y embalajes luego de cumplir su función el destino es la basura y el vertedero representando un problema ecológico por los volúmenes desechos. En Fiksel (1996, como se citó Filippone et all., 2005) el tratamiento de residuos puede ser minimizado desde el punto de vista ambiental con la optimización del uso de materiales.

Aunque la arquitectura haya cambiado a lo largo de la historia y estilos visiblemente diferentes se hayan sucedido uno tras otro, en realidad, desde los primeros egipcios hasta nuestros días, la arquitectura se ha apoyado en una geometría simple que hace uso de líneas, figuras bidimensionales y poliedros clásicos combinados con esferas, elipses y círculos. Esta arquitectura era siempre fruto de planos: unos planos producidos gracias a instrumentos básicos como el compás y la escuadra, y seguidos al pie de la letra por los albañiles de todos los tiempos (Roe, 2012, p.8).

Existen arquitectos que se refieren a la forma, es el caso de Méndez (2002) la geometría de las formas arquitectónicas y la mecánica de las estructuras van juntas. El diseño formal debe intuir si la forma que se esboza resistirá, su visión de cómo se deformará. La arquitectura es piel y esqueleto, es optimizar los materiales, sostenibilidad, servicio social, es todas juntas como un sistema tomando en cuenta la opinión oportuna y autorizada, del trabajo del ingeniero estructural (p. 85).

Gaudí, Candela y Müther utilizaron el paraboloide hiperbólico en sus diseños, este último logró cubrir grandes claros libres de apoyos por medio de sus delgados cascarones de concreto, con un mínimo de espesor y dándoles la resistencia adecuada gracias a su forma, utilizando superficies de paraboloides hiperbólicos. Müther decide también optar por un cascarón cuya forma deriva de tres cuartos de una esfera, variando así la forma tradicional de media esfera (Oliva, 2007, p.289).

El conocimiento de los cuerpos geométricos pueden constituirse en herramientas para el estudio de la etnomatemática y la etnogeometría como por ejemplo Hoz, Trujillo y Tun (2017) han aplicado en el de vivienda tradicional de la comunidad Arhuaca de la sierra nevada de Santa Marta en la que en su proceso de construcción tradicional se basa en patrones y figuras geométricas analizando sus matemáticas dentro de su propio contexto sociocultural, la base cuadrada es utilizado para maximizar el área de la vivienda. También se pueden identificar el paralelismo y la perpendicularidad del proceso al aplicar el teorema de Thales. Se aplican área y volumen, siendo el volumen de la vivienda el de un paralelepípedo.

Raynaud (2008), el reemplazo en el accionar arquitectónico no implica únicamente tomar un objeto del entorno y sustituirlo por otro probablemente optimizado, en el fondo y materialmente es semejante; supone además el reto de crear un elemento que imaginariamente considere contenidos conceptuales de bienestar, prosperidad, perfeccionamiento, progreso, comunes a los humanos en el tiempo y que es imposible representarlo de una vez y para siempre.

Mediante sistemas informáticos de acceso libre cuyo uso se está potenciando en los últimos años en todos los niveles, ellos se pueden representar de forma dinámica e interactiva objetos geométricos basados en construcciones de regla y compás, pudiéndose modificar sus parámetros en cualquier momento, con la inmediata reconstrucción de todos y cada uno de los elementos asociados a los mismos en la pantalla de trabajo en cuestión (Falcón, 2012, p.4).

Al relacionar el diseño con las matemáticas Sáenz (2015) dice que el cuerpo que mejor relación tiene entre el volumen y superficie es la esfera, entonces es importante plantear la siguiente pregunta: ¿Cómo varía la medida de superficie de los cuerpos geométricos?

**Metodología**

Se realizó un análisis comparativo de la medida de superficie de los cuerpos geométricos mediante la utilización de software matemático. Los cuerpos geométricos son: la esfera y los poliedros; el cilindro y los prismas de base poligonal regular; el cono y las pirámides también de base poligonal regular.

Se tomó como estándar de comparación la esfera de radio re, estableciendo las fórmulas del volumen Ve y superficie Se, luego se desarrolló las fórmulas de volumen, aristas y superficie de los poliedros de 20 caras (icosaedro), 12 caras (dodecaedro), 8 caras (octaedro), 3 caras (tetraedro), en función del radio de la esfera re para facilitar la comparación para un mismo volumen Ve.

El mismo proceso se realizó para los prismas (se incluye el cilindro) y pirámides (se incluye el cono), desarrollando las fórmulas del lado del polígono regular de la base y la altura en función de *re* y superficie. Se realizó también el análisis con algunas superficies de revolución como el paraboloide y el hiperboloide.

La comparación se realizó respecto a la superficie de los cuerpos geométricos, por lo que es indispensable optimizar las dimensiones de los prismas y pirámides respecto de la superficie que tiene que ser mínima, se utiliza el procedimiento del cálculo diferencial, en el que se establece la fórmula de la superficie, se la deriva respecto a la altura, se determina el punto crítico, en este caso el mínimo.

Posteriormente se realizó una comparación total de los cuatro grupos para ver cuál es el óptimo respecto a la superficie.

Luego con la ayuda del software matemático se realizó las gráficas 3D de cuerpos geométricos optimizados con una medida mínima de superficie y volumen igual.

**Resultados y discusión**

**Volumen y superficie de la esfera y Poliedros regulares**

La esfera es el estándar para comparar la medida de la superficie de todos los cuerpos geométricos considerados en este estudio, se presenta la esfera y poliedros, se expone la fórmula del volumen correspondiente y se forma la ecuación con el volumen de la esfera *Ve*, se halla el valor de la arista del poliedro en función del radio de la esfera *re* y al final se determina la superficie en función de la arista. Este proceso se repite para todos los poliedros obteniéndose los siguientes resultados:

**Esfera**

El volumen de la esfera se calcula obteniendo un sólido de revolución a partir de una circunferencia con centro en el origen del plano cartesiano (x,y)

Si *re* es el radio de la esfera, *Ve*es el volumen, *Se* es la superficie de la esfera, entonces:

(1)

(2)

**Icosaedro**

Si *ai* es la arista del icosaedro y *Vi* es el volumen, *Si* es la superficie del icosaedro, entonces:

(3)

(4)

(5)

(6)

**Dodecaedro**

Si *ad* es la arista del dodecaedro y *Vd*es el volumen, *Sd*es la superficie del dodecaedro, entonces:

(7)

(8)

(9)

(10)

**Octaedro**

Si es la arista del octaedro y es el volumen, es la superficie del octaedro, entonces:

(11)

(12)

(13)

14)

**Hexaedro**

Si es la arista del Hexaedro y es el volumen, es la superficie del Hexaedro, entonces:

(15)

(16)

(17)

(18)

**Tetraedro**

Si es la arista del Tetraedro y es el volumen, es la superficie del Tetraedro, entonces:

(19)

(20)

(21)

(22)

**Cilindro circular recto y prismas de base poligonal regular**

La esfera continúa representando el estándar para comparar la medida de la superficie del cilindro y prismas, se expone la fórmula del volumen correspondiente y se forma la ecuación con el volumen de la esfera , se halla el valor del lado del polígono de la base en función del radio de la esfera y al final se determina la superficie en función de la altura del prisma. Existe infinita cantidad de prismas de diferente medida del lado y altura, por lo que se obtiene las dimensiones óptimas respecto a un mínimo de superficie. Este proceso se repite para el cilindro y todos los prismas obteniéndose los siguientes resultados:

**Cilindro**

Si es la altura del cilindro, es el radio de la base del cilindro y el volumen, tomando como referencia el sistema de coordenadas ( x, y ) donde , entonces:

= (23)

Para poder comparar con las superficies de los cuerpos geométricos anteriores, debemos hallar la superficie óptima del cilindro para un volumen determinado.

(24)

Consideremos que el radio de la base es r\_c, la altura es h\_c, entonces la superficie del cilindro es:

(25)

De (24) y (25) se obtiene:

(26)

Ahora, calculamos la superficie óptima del cilindro. Derivando respecto a r\_c para encontrar el valor mínimo, se tiene que:

(27)

(28)

(29)

(30)

Prisma de base de n

Sea el lado del prisma de n lados, la altura, el volumen, la superficie, entonces:

(31)

(32)

(33)

(34)

(35)

**Cono y pirámides de base poligonal regular**

Continúa la esfera como el estándar para comparar la medida de la superficie del cono y pirámides, se expone la fórmula del volumen correspondiente y se forma la ecuación con el volumen de la esfera se halla el valor del lado del polígono de la base en función del radio de la esfera y al final se determina la superficie en función de la altura de la pirámide. Existe infinita cantidad de pirámides de diferente medida del lado y altura, por lo que se obtiene las dimensiones óptimas respecto a un mínimo de superficie. Este proceso se repite para el cono y todas las pirámides obteniéndose los siguientes resultados:

**Cono**

Si es el volumen del cono, es el radio de la base, es la altura, la función es la generatriz que parte desde el origen de coordenadas y la superficie; entonces:

(36)

(37)

(38)

Ahora, calculamos la superficie óptima del cono. Derivando respecto a h\_co para encontrar el valor mínimo, se tiene que:

(39)

(40)

(41)

**Pirámide de base poligonal de n lados**

Sea la longitud del lado de la base de n lados, la altura, el volumen y la superficie ; entonces:

(42)

(43)

(44)

(45)

(46)

**Superficies de revolución**

Paraboloide de revolución

Consideremos que es la altura del paraboloide, el parámetro de la parábola, es el volumen y la superficie

La ecuación de la parábola en el sistema cartesiano

es (47)

(48)

(49)

(50)

(51)

(52)

**Hiperboloides de revolución**

La ecuación de la hipérbola es

(53)

(54)

la altura, el volumen , la superficie ; entonces:

(55)

Luego,

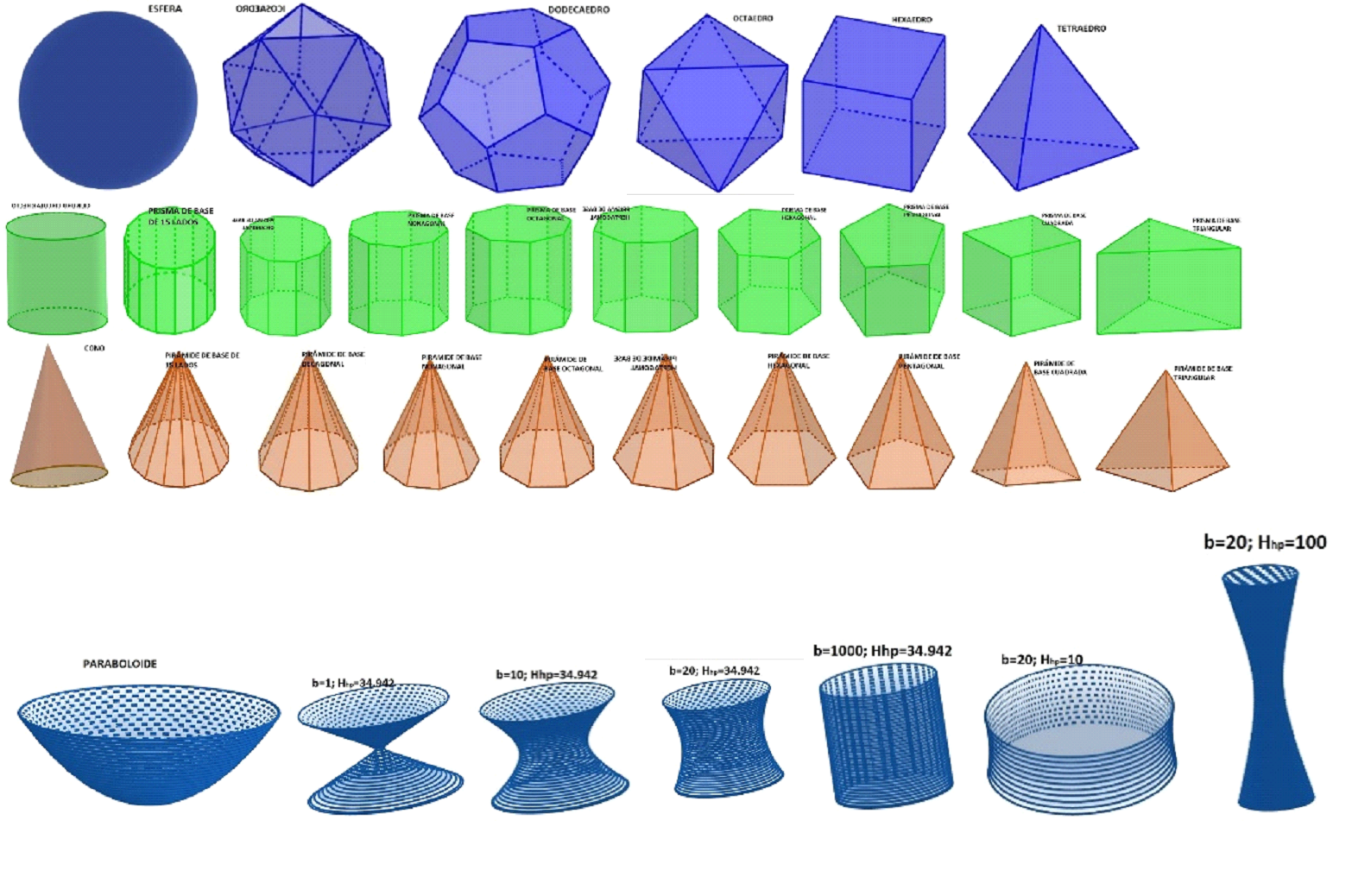
(56)

(57)

(58)

(59)

Introduciendo las ecuaciones en el software matemático se obtiene:

**Figura 1:** Gráficos de los cuerpos geométricos , realizado en software matemático

**Tabla 1:** Comparación de la medida de la superficie de la esfera y las formas geométricas

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Cuerpo geométrico** | **Número de lados** | **Superficie** | **Porcentaje respecto del de menor superficie** |
| Esfera | Infinito | 5026,54824574366 | 100 |
| Poliedro | (Icosaedro) (20) | 5351,22248933034 | 106,4591888 |
| Poliedro | Dodecaedro (12) | 5520,98709715634 | 109,8365484 |
| Cilindro | infinito | 5753,96136778424 | 114,4714243 |
| Prisma | 1000 | 5753,96767772695 | 114,4715498 |
| Superficie cuádrica de revolución | Hiperboloide de una hoja b=1000, Hhp=34.942 | 5754,35169129796 | 114,4791895 |
| Prisma | 15 | 5782,36598210319 | 115,0365161 |
| Prisma | 10 | 5818,91924800208 | 115,7637202 |
| Prisma | 9 | 5834,71673509551 | 116,0780012 |
| Prisma | 8 | 5857,17794008396 | 116,5248527 |
| Prisma | 7 | 5890,75364508829 | 117,1928201 |
| Prisma | 6 | 5944,47983924021 | 118,2616688 |
| Poliedro | Octaedro (8) | 5944,47983924021 | 118,2616688 |
| Prisma | 5 | 6039,40284396463 | 120,150102 |
| Prisma | 4 | 6236,44334355320 | 124,0700982 |
| Poliedro | Exaedro (6) | 6236,44334355320 | 124,0700982 |
| Cono | Infinito | 6333,05394312459 | 125,992105 |
| Pirámide | 1000 | 6333,06088811518 | 125,9922432 |
| Pirámide | 15 | 6364,31726646262 | 126,614069 |
| Pirámide | 10 | 6404,54934136517 | 127,4144607 |
| Pirámide | 9 | 6421,93672573111 | 127,7603718 |
| Pirámide | 8 | 6446,65848066257 | 128,2521955 |
| Pirámide | 7 | 6483,61332574746 | 128,9873887 |
| Pirámide | 6 | 6542,74665389733 | 130,1638089 |
| Pirámide | 5 | 6647,22293917950 | 132,2422986 |
| Superficie cuádrica de revolución | Hiperboloide de una hoja b=20, Hhp=34.942 | 6728,88352792433 | 133,8668844 |
| Prisma | 3 | 6804,73073654941 | 135,3758166 |
| Pirámide | 4 | 6864,09407075528 | 136,5568127 |
| Pirámide | 3 | 7489,57528013443 | 149,0003659 |
| Poliedro | Tetraedro (3) | 7489,57528013443 | 149,0003659 |
| Superficie cuádrica de revolución | Hiperboloide de una hoja b=20, Hhp=100 | 7928,79219375057 | 157,7383088 |
| Superficie cuádrica de revolución | Paraboloide | 8318,04225769369 | 165,4821928 |
| Superficie cuádrica de revolución | Hiperboloide de una hoja b=10, Hhp=34.942 | 8678,69396961050 | 172,6571306 |
| Superficie cuádrica de revolución | Hiperboloide de una hoja b=20, Hhp=10 | 9080,67326694503 | 180,6542546 |
| Superficie cuádrica de revolución | Hiperboloide de una hoja b=1, Hhp=34.942 | 12330,26263244090 | 245,3027809 |

**Tabla 2:** Relaciones óptimas de la medida de la superficie del cilindro y los prismas de base poligonal regular

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| n lados de la base | Relación de superficies | Relación óptima | Proporcionalidad |
| 3 | 1.182616688156494 | 1.732050807568877 | 2.929183775123045 |
| 4 | 1.083852140278578 | 1 | 1.845270148644028 |
| 5 | 1.049607819367461 | 0.72654252800536 | 1.384407613203961 |
| 6 | 1.033110836044653 | 0.577350269189626 | 1.117692795479829 |
| 7 | 1.023773582851969 | 0.481574618827085 | 0.940783444465337 |
| 8 | 1.017938349895363 | 0.414213562377101 | 0.813828386398859 |
| 9 | 1.014034742701508 | 0.36397023426708 | 0.717865412178749 |
| 10 | 1.011289245107124 | 0.324919696233265 | 0.642585091861746 |
| 15 | 1.004936531982642 | 0.212556561672756 | 0.42302484765198 |
| 1000 | 1.000001096625838 | 0.003141602989074 | 0.006283199087806 |
| (Cilindro) | 1 | 0.5 | 0 |

**Tabla 3:** Relaciones óptimas de la medida de la superficie del cono y las pirámides de base poligonal regular

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| n lados de la base | Relación de superficies | Relación óptima | Proporcionalidad |
| 3 | 1.182616688156494 | 1.224744871391589 | 2.929183775123046 |
| 4 | 1.083852140278578 | 0.707106781186547 | 1.845270148644028 |
| 5 | 1.049607819367461 | 0.513743148373008 | 1.384407613203962 |
| 6 | 1.033110836044653 | 0.408248290463848 | 1.117692795479815 |
| 7 | 1.02377358285197 | 0.34052467860613 | 0.940783444452602 |
| 8 | 1.017938349895363 | 0.292893218813323 | 0.813828386396115 |
| 9 | 1.014034742701508 | 0.25736582080017 | 0.25736582080017 |
| 10 | 1.011289245107124 | 0.229752920547488 | 0.642585091861722 |
| 15 | 1.004936531982642 | 0.150300186143815 | 0.423024847651335 |
| 1000 | 1.000001096625838 | 0.002221448777366 | 0.006283199087802 |
| Infinito (Cono) | 1 | 0.353553390593274 | 0 |

Se puede dimensionar prismas y pirámides óptimos respecto a la superficie a partir del cilindro y cono respectivamente, por ejemplo, de la tabla 2 escogemos el radio del cilindro r\_c de acuerdo a una necesidad de proyección geométrica cualquiera, luego, r\_c/hc=0.5, esto indica r\_c=0.5 h\_c, entonces para cualquier cilindro óptimo respecto a la superficie el radio de la base tiene que ser la mitad de la altura para un volumen determinado V\_c (fórmula 24) y superficie S\_c (fórmula 26).

Para el mismo volumen se puede proyectar cualquier prisma óptimo respecto a la superficie; escojamos el de base hexagonal:

1.117692795479815;

luego

finalmente tenemos que

De etas forma se ha dimensionado un prisma de base hexagonal óptimo respecto a la superficie.

El mismo procedimiento se puede realizar con respecto a la tabla 3, para dimensionar una pirámide con base de n número de lados.

Según (Sanmartín et all., 2017), el tema ambiental ha ocupado un lugar importante en todos los aspectos científicos que impulsan decisiones en todo el mundo, a través de organizaciones que intentan mitigar el problema, sin embargo, el problema aumenta en la acumulación de residuos en las zonas urbanas.

Una opción para mitigar el impacto es obviamente el reciclaje, sin embargo, algo complementario debe ser obligatoriamente el optimizar el uso de los materiales mediante la optimización de la superficie tomando en consideración la forma de envases y embalajes durante el diseño con las materias primas, lo que implica una reducción de la contaminación, proceso que debe repetirse luego de obtener materias primas producto del reciclaje.

Para optimizar, manifiesta Velázquez (2013), existen dos métodos: el gradiente mediante la representación de funciones continuas se las que se utiliza el cálculo de máximos y mínimos; luego el heurístico. Los primeros implican que los problemas a resolver están representados por funciones continuas de las que es necesario calcular sus derivadas para obtener sus máximos y mínimos. Por otra parte, los métodos heurísticos que utilizan iterativamente búsquedas pseudoaleatorias, controladas por reglas y hallan respuestas óptimas.

Mediante el uso de funciones continuas y derivadas se ha obtenido resultados óptimos, mediante la tabla1 se puede elegir la forma geométrica óptima de la superficie tomando en consideración un mismo volumen. Con la tabla 2 se puede calcular un prisma óptimo utilizando constantes de proporcionalidad y mediante tabla 3 se puede calcular una pirámide óptima utilizando constantes de proporcionalidad.

El dimensionamiento óptimo de una forma geométrica ha sido revisado en este trabajo, es importante considerar lo que Annicchiarico (2007) indica que anteriormente, muchos de los de diseños eran por experiencia e intuición, en vez de utilizar alguna teoría de optimización. Actualmente esta forma de pensar ha cambiado respecto de la optimización estructural. Sin embargo, este trabajo se enfoca a la optimización de la superficie respecto al volumen que implicaría diseñar elementos de paredes delgadas.

**Conclusiones**

Para un volumen determinado, las diferentes formas geométricas no tienen la misma medida de superficie.

Optimizar la superficie en función del volumen permite que se pueda construir elementos con una mínima utilización de materiales reduciendo el impacto ecológico.

Se debe considerar que la optimización al momento de diseñar en el campo de la ingeniería permite tomar menos elementos o recursos del ambiente y devolverlos de la misma forma en menor cantidad en forma de contaminantes, es decir habrá que reciclar menos.

Una prueba de que no se optimiza en el diseño de envases y embalajes es tener como oferta de cajas de cereales de forma de un prisma de base rectangular y alturas no optimas tomando en consideración el volumen y la medida de la superficie y también es evidente en el diseño de edificios.

**Referencias**

1. Annicchiarico, W. (2007). Una metodología para la optimización estructural de formas usando principios de evolución flexible distribuida. Boletín Técnico, 45(1), 35-52. http://ve.scielo.org/scielo.php?script=sci\_arttext&pid=S0376-723X2007000100002&lng=es&tlng=es.
2. Falcón, R. (2012). Modelado paramétrico de edificios en el aula de matemáticas. Edmetic, 1(2), 7-28. doi: http://dx.doi.org/10.21071/edmetic.v1i2.2849
3. Filippone, J., Candela, N., López, A., y Orihuela, R. (2017). Diseño Ecoeficiente de Envases y Embalajes No Reutilizables. Información Tecnológica, 16(3). https://www.scielo.cl/scielo.php?script=sci\_arttext&pid=S0718-07642005000300008&lng=es&nrm=iso&tlng=es
4. Hoz de la, E., Trujillo, O., y Tun, M. (2017). La Geometría en la Arquitectura de la vivienda tradicional Arhuaca. Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 10(1). Recuperado de https://www.redalyc.org/jatsRepo/2740/274048277008/html/index.html
5. Méndez, A. (2008). Arquitectura y Matemáticas según Jaume Serrallonga. Arquitectura y urbanismo, XXIX (2-3), 84-87. Recuperado de https://www.redalyc.org/pdf/3768/376839855015.pdf
6. Oliva, J. (2007). Ulrich Müther (1934-2007). El maestro constructor de la provincia de Rügen. Anales del Instituto de Investigaciones Estéticas, XXIX (90),273-284. Recuperado de https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=369/36909013
7. Raynaud, D. (2008). Arquitectura, esquema, significado, 24(40), 483-496. https://www.scielo.br/pdf/vh/v24n40/09.pdf
8. Donoso Llanos, M. L. (2019). Arquitectura, función simbólica y lenguaje. Universidad y Sociedad, 11(4), 409-413. http://rus.ucf.edu.cu/index.php/rus
9. Roe, J. (2012). Antoni Gaudí. ProQuest Ebook Central https://ebookcentral.proquest.com
10. Sáenz de Cabezón, E. (4 de diciembre del 2015). Matemáticas y diseño: Ejemplos en la arquitectura actual [Archivo de vídeo]. https://www.youtube.com/watch?v=xozHKS4jm4A
11. Sanmartín, G., Zhigue Luna, R., y Alaña, T. (2017). El reciclaje: un nicho de innovación y emprendimiento con enfoque ambientalista. Universidad y Sociedad [seriada en línea], 9 (1), pp. 36-40. http://rus.ucf.edu.cu/
12. Velázquez-Villegas, F., & Santillán-Gutiérrez, S.D. (2013). Optimización de forma de un cuerpo suspendido basada en reglas evolutivas y modelado paramétrico: la forma de un fruto. Ingeniería, investigación y tecnología, 14(1), 23-35. http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci\_arttext&pid=S1405-77432013000100003&lng=es&tlng=es.

©2020 por los autores. Este artículo es de acceso abierto y distribuido según los términos y condiciones de la licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-CompartirIgual 4.0 Internacional (CC BY-NC-SA 4.0) (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>).